

2. välikoe / tentti, ke 14.5.2003 9-12 C,L

Välikokeessa saa käyttää graafista laskinta, ylimääräinen muisti tyhjennettävä. Ei omia kaavakokoelmia. Taulukoita oheisella paperilla - käytä niitä hyväksesi!

**2. välikoe:** Kirjoita päällimmäiseen konseptiin "VÄLIKOE" ja vastaa tehtäviin 3, 4, 5 ja 6.

**Tentti:** Kirjoita päällimmäiseen konseptiin "TENTTI" ja vastaa tehtäviin 1, 2, 4, 5 ja 6.

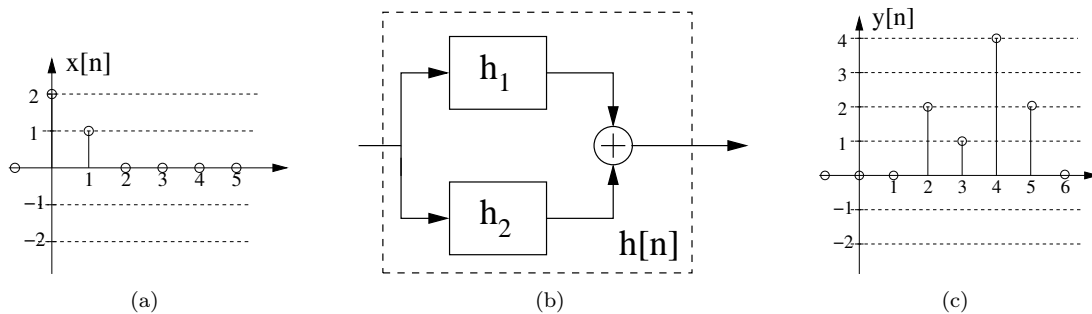
**HUOM!** Jos olet tehnyt 8.5.2003 2. välikokeen, et voi uusia sitä nyt. Jos olet tehnyt tentin 8.5.2003, et voi uusia sitä nyt.

1) (Tentti, 6p) Tutkitaan seuraavia jatkuva- ja diskreettiä aikaisia signaaleja:

$$\begin{aligned}x_1[n] &= \sin\left(\frac{27}{4}n\right) \\x_2(t) &= 2 \cos\left(\frac{27}{4}t + \pi/6\right) \\x_3[n] &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \{\delta[n - 3k - 1] + \delta[n - 3k - 2]\}\end{aligned}$$

- Mitkä signaaleista ovat jaksollisia? Ilmoita jaksollisten signaalien perusjakso  $N_0$  tai  $T_0$ .
- Etsi kaikille a-kohdan jaksollisille signaaleille niiden peruskulmataajuus  $\omega_0$ , Fourier-sarjaesitys ja -kertoimet.

2) (Tentti, 6p) Tarkastellaan kuvassa 1 olevaa diskreettiä aikaisista LTI-järjestelmää. Se koostuu kahdesta komponentista, jotka on yhdistetty kuvan (b) mukaisesti. Osajärjestelmän  $h_1$  impulssivaste on  $h_1[n] = \delta[n] - \delta[n - 1]$ .  $h_2[n]$  on tuntematon. Kun järjestelmään menee kuvan (a) mukainen syöte  $x[n]$ , saadaan ulostulona kuvan (c) mukainen vaste  $y[n]$ .

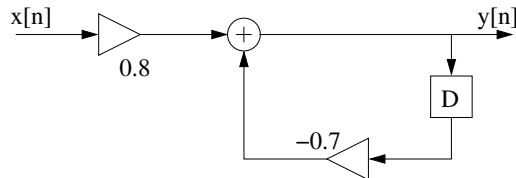


Kuva 1: Tehtävän 2 kuvat: (a) Syöte  $x[n]$ ,  $x[n] = 0$ , kun  $n < 0$ ,  $n > 1$ , (b) LTI-järjestelmä, (c) Vaste  $y[n]$ ,  $y[n] = 0$ , kun  $n < 2$ ,  $n > 5$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ .

- Laske  $y_1[n] = h_1[n] * x[n]$ .
- Määrä koko impulssivasteen arvot  $h[0]$  ja  $h[1]$ .
- Määrä toisen osajärjestelmän impulssivaste  $h_2[n]$ .
- Jos syötteenä on  $x_m[n] = -x[n - 1]$ , niin mikä on ulostulo  $y_m[n]$ ?

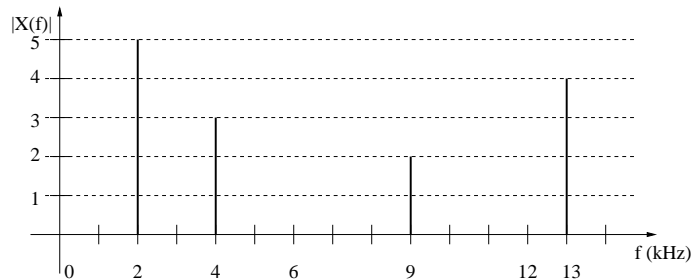
Perustele lyhyesti, mutta yksiselitteisesti.

- Tunnetaan reaaliarvoinen sekvenssi  $x[n]$  ja sen diskreettiaikainen Fourier-muunnos  $X(e^{j\omega})$ . Taaajuudella  $\omega_c = \pi/6$ :  $X(e^{j(\pi/6)}) = (\sqrt{3}/2) + (1/2)j \approx 0.8660 + 0.5j$ . Väite:  $\angle X(e^{j(-\pi/6)}) = -\pi/6$ .
  - Taaajuusvaste  $H(e^{j\omega}) = (-0.2 - e^{-j\omega}) / (1 + 0.2e^{-j\omega})$  on tyypiltään ylipäästösuodin.
  - LTI-suotimen  $h_1[n] = \sum_{k=0}^9 \delta[n-k]$  nousuaika on lyhyempi kuin LTI-suotimen  $h_2[n] = 10 \cdot \sum_{k=0}^{19} \delta[n-k]$ . (Nousuaika määritellään taulukkoarvojen ensimmäisen sivun alussa.)
  - Alipäästötyyppinen FIR-suodin on mahdollista toteuttaa niin, että sen ryhmäviive (group delay) on nollassa poikkeava vakio.
- 4) (Tentti/Välikoe, 6p) Tarkastellaan diskreettiaikaista järjestelmää, jonka lohkokaaavioesitys (virtauskaavio) on kuvassa 2.



Kuva 2: Tehtävän 4 lohkokaaavio.

- Onko suodin FIR vai IIR? Onko suotimen laskenta rekursiivista vai ei? Mikä on suotimen asteluku?
  - Muodosta järjestelmän taaajuusvaste  $H(e^{j\omega}) = Y(e^{j\omega})/X(e^{j\omega})$ .
  - Hahmottele amplitudivaste  $|H(e^{j\omega})|$ . Onko suodin tyyppiä ali-, yli-, kaistanpäästö, kaistanesto vai kaikki taaajuudet sellaisenaan päästävä (all-pass)?
  - Etsi impulssivaste  $h[n]$  käänteismuuntamalla tai ratkaisemalla differenssiyhtälö.
- 5) (Tentti/Välikoe, 6p) Tarkastellaan analogista reaalista signaalia, joka koostuu neljästä taaajuuskomponentista, joiden muoto on  $\cos(2\pi f_k t)$ . Signaalin spektri, josta nähdään taaajuuskomponenttien amplitudit on esitettyä kuvassa 3.



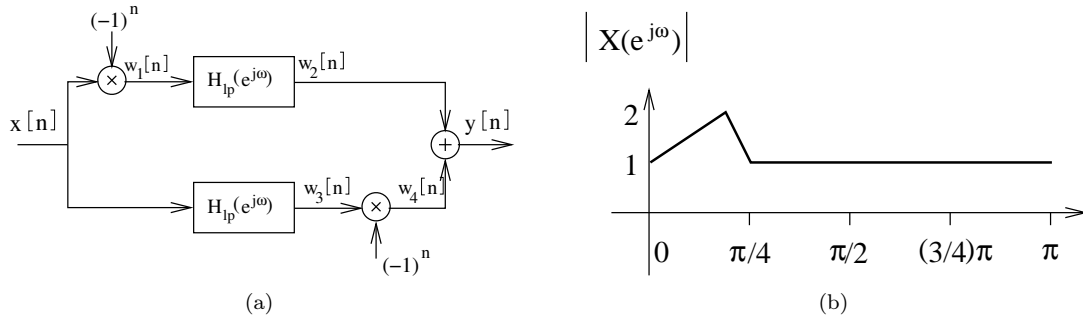
Kuva 3: Analogisen reaalisin signaalin spektri.

- Näytteistetään signaalia  $f_s = 12$  kHz:n taaajuudella. Mikä on signaalista otettujen näytteiden aikaväli  $T_s$ ?
- Määrä ja piirrä syntyvän diskreetin signaalin spektri  $|X_1(e^{j\omega})|$  kaistalla  $f \in 0 \dots 6$  kHz.
- Alkuperäistä analogista signaalia suodatetaan ensin alipäästösuotimella

$$|H(j\omega)| = \begin{cases} 1, & 0 \leq f \leq 5 \text{ kHz} \\ 0.1, & f \geq 6 \text{ kHz} \end{cases}$$

Suotimella on äärellinen transitiokaista  $5 < f < 6$  kHz. Tämän lisäksi signaalia näytteistetään kaksinkertaisella,  $f_s = 24$  kHz:n taaajuudella. Piirrä syntyvän diskreetin signaalin spektri  $|X_2(e^{j\omega})|$  kaistalla  $f \in 0 \dots 12$  kHz.

6A) Tarkastellaan kuvan 4(a) mukaista diskreettiaikaista järjestelmää syötteellä  $x[n]$  ja vasteella  $y[n]$ . LTI-järjestelmät  $H_{lp}(e^{j\omega})$  ovat ideaalisia alipäästösuotimia rajataajuudella  $\pi/4$  ja päästökaistan vahvistuksella 1. Piirrä koko järjestelmän ulostulon spektri  $|Y(e^{j\omega})|$  välillä  $(0, \pi)$ , kun sisääntulona on kuvan (b) mukainen reaalisen sekvenssin spektri  $|X(e^{j\omega})|$  (kuvassa näkyy vain alue  $(0, \pi)$ ). Käytä apuna  $w$ -signaaleja ja diskreetin Fourier-muunnoksen ominaisuuksia. Vihje:  $(-1)^n = e^{j\pi n}$ .



Kuva 4: Tehtävän 6A kuvat: (a) diskreettiaikainen järjestelmä, (b) sekvenssin amplitudispektri  $|X(e^{j\omega})|$ .

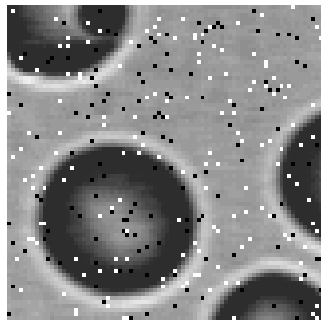
rot kunkin rivin alkuun). Sitä käytetään 2D-signaaliin, joka on esitetty harmaasävyarvoina (välillä 0-255) kuvassa 5(a). Osa pisteistä on täysin valkeita (255) ja osa täysin mustia (0).

```

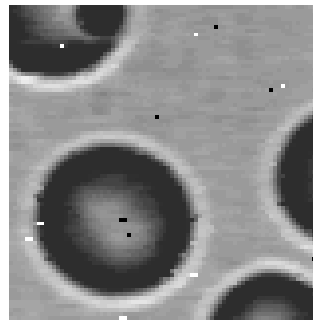
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
01: figure, imshow(A,[0 255]); % plot the original figure (blood cells)
02: number_of_rows = size(A, 1);
03: number_of_cols = size(A, 2);
04: B = zeros(number_of_rows, number_of_cols); % initialize
05: C = zeros(number_of_rows, number_of_cols); % initialize
06: for m = 1 : number_of_rows
07:     for n = 1 : number_of_cols-2
08:         temp = A(m, n:n+2);
09:         B(m,n) = mean(temp);
10:         C(m,n) = median(temp);
11:     end;
12: end;
13: figure, imshow(B,[0 255])
14: figure, imshow(C,[0 255])
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

Alla on alkuperäisen kuvan lisäksi kolme kuvaa, joista kaksi on aikaansaatu ylläesitetyllä Matlab-koodilla ja yksi erästä toisesta operaatiosta. Selvitä, mitä ohjelma tekee, miten se liittyy kahteen kolmesta (b-d) alla olevasta kuvasta ja miksi nämä kaksi kuvaa ovat sellaisia kuin ovat. Miten tehtävä liittyy kurssin LTI-suotimiin?



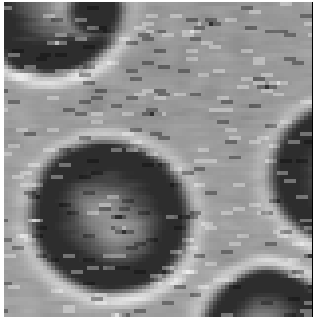
(a)



(b)



(c)



(d)

Kuva 5: Tehtävän 6B kuvat: (a) alkuperäinen, (b)-(d) käsiteltyjä, joista kaksi on peräisin tehtäväkoodista.