Suora muoto

Mitra ss. 358-360 / 1998, ss. 369-371 / 2000.
Suoran muodon tunnistaa siitä, että differenssiyhtälön tai siirtofunktion kertoimet löytyvät sellaisinaan rakennekaaviosta. Toisin on tilanne esim. hilarakenteissa ("lattice"). Yhteistä kaikissa muodoissa on se, että niissä on sama siirtofunktio, mutta se toteutetaan eri tavoin.
Olkoon

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 + 0.5z^{-1}}{1 - 0.2z^{-1} + 0.4z^{-2}}$$

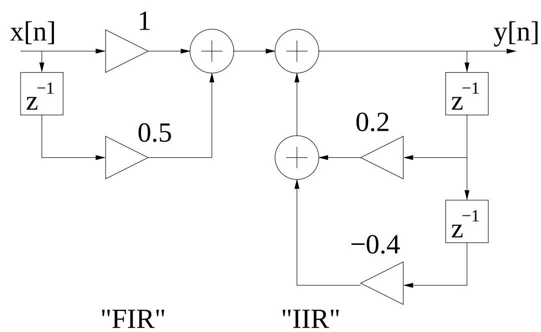
Yläkerran osoittajapolynomi $1 + 0.5z^{-1}$ viittaa "FIR-osaan" $P(z)$ ja alakerran nimittäjäpolynomi $1 - 0.2z^{-1} + 0.4z^{-2}$ "IIR-osaan" $D(z)$:

$$H(z) = P(z)\frac{1}{D(z)}$$

Johdetaan siirtofunktiosta differenssiyhtälö ja rakennekaavio,
z-muunnos $ax[n - n_0] \leftrightarrow a\, z^{-n_0}\, X(e^{j\omega})$:

$$\begin{aligned}
&H(z) = \tfrac{Y(z)}{X(z)} = \tfrac{1+0.5z^{-1}}{1-0.2z^{-1}+0.4z^{-2}}\\
&Y(z) = \tfrac{X(z)[1+0.5z^{-1}]}{1-0.2z^{-1}+0.4z^{-2}}\\
&Y(z)[1 - 0.2z^{-1} + 0.4z^{-2}] = X(z)[1 + 0.5z^{-1}]\\
&Y(z) - 0.2z^{-1}Y(z) + 0.4z^{-2}Y(z) = X(z) + 0.5z^{-1}X(z)\\
&y[n] - 0.2y[n-1] + 0.4y[n-2] = x[n] + 0.5x[n-1]\\
&y[n] = 0.2y[n-1] - 0.4y[n-2] + x[n] + 0.5x[n-1]
\end{aligned}$$

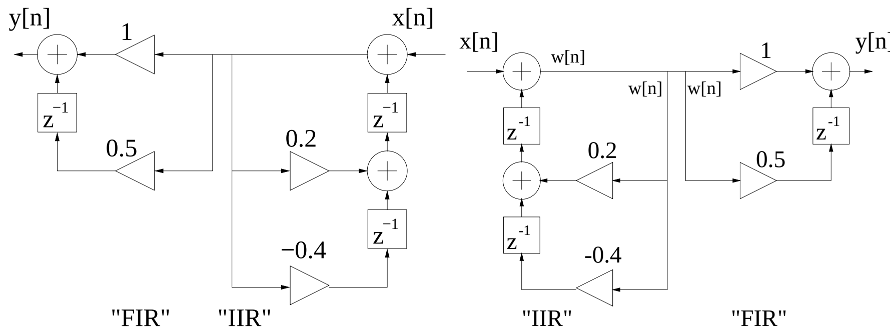
Suora muoto I ("direct form I") saadaan piirtämällä suoraan $H(z) = P(z) \cdot \frac{1}{D(z)}$ eli ensin "FIR-osa" ja sitten "IIR-osa" (Kuva 1).



Kuva 1: Suora muoto I. Voit myös yhdistää FIR- ja IIR-osan yhteen keskeltä "summalinjoista".

Transponoinnissa (Kuva 2) siirtofunktio pysyy täysin samana, mutta rakenne on muuttunut. Transponoinnin "säännöt":

1 Vaihdetaan suunnat
2 Noodit summiksi
3 Summat noodeiksi
4 Lopuksi käännetään koko rakenne "ympäri"

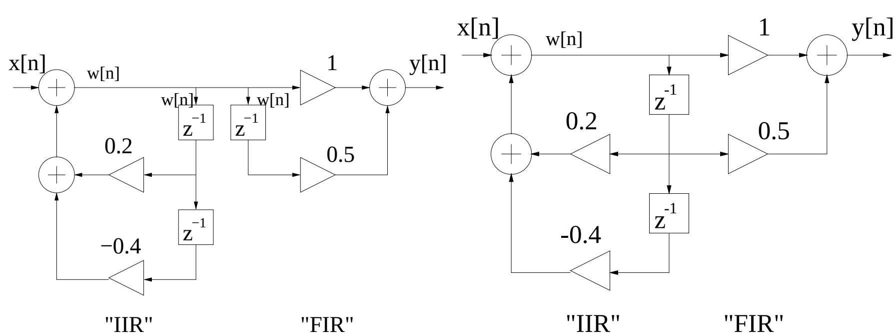


Vaiheet 1-3

Vaihe 4: kääntö ympäri. Voit yhdistää keskeltä yhdeksi.

Kuva 2: Transponoitu suora muoto I

Suora muoto II:ssa ("direct form II") on minimimäärä viiverekisterejä. Piirretään ensin "IIR-osa" ja sen jälkeen "FIR". Siirtofunktion muoto voidaan ajatella olevan $H(z) = \frac{1}{D(z)} \cdot P(z)$. Koska järjestelmät ovat LTI, niin niiden järjestystä voidaan toki muuttaa. Viiverekisterit yhdistetään, koska niissä kulkee samat signaalit. Näin syntyy **kanoninen** muoto, jossa viiverekisterien määrä on sama kuin suotimen asteluku (Kuva 3).

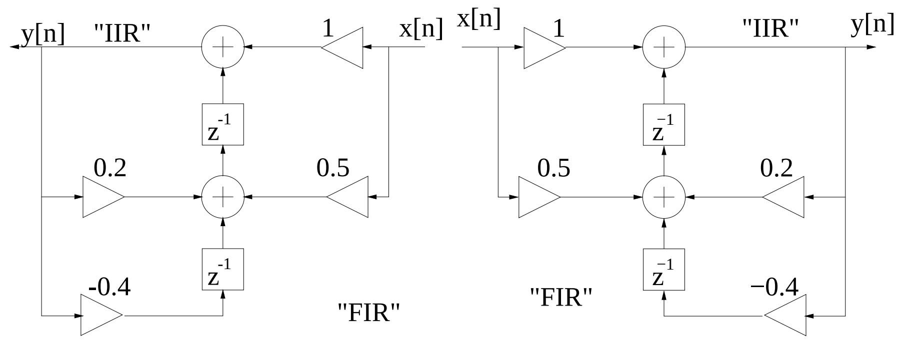


IIR-FIR ennen yhdistämistä

Kanoninen suora muoto II

Kuva 3: Suora muoto II

Vastaava transponointi II_T (Kuva 4):



Vaiheet 1-3

Vaihe 4: kääntö ympäri

Kuva 4: Transponoitu suora muoto II

Esimerkki suorasta muodosta, kaskaadista ja rinnankytkennästä. Tunnetaan toisen asteen siirtofunktio

$$H(z) = \frac{1}{(1+\frac{1}{3}z^{-1})(1-\frac{1}{4}z^{-1})} = \frac{1}{1+\frac{1}{12}z^{-1}-\frac{1}{12}z^{-2}}$$

joka differenssiyhtälönä on

$$y[n] = -\frac{1}{12}y[n-1] + \frac{1}{12}y[n-2] + x[n]$$

Kaskaadimuoto saadaan kirjoittamalla $H(z)$ tulomuodossa

$$H(z) = \left(\frac{1}{1+\frac{1}{3}z^{-1}}\right)\left(\frac{1}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}\right)$$

ja rinnakkaismuoto osamurtokehitelmän avulla

$$H(z) = \frac{\frac{4}{7}}{1+\frac{1}{3}z^{-1}} + \frac{\frac{3}{7}}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}$$

Piirrä!