T-61.3010 Digitaalinen signaalinkäsittely ja suodatus

1. välikoe, la 11.3.2006 klo 10-13. Salit A-M.
1. vk on oikeus tehdä vain kerran joko 7.3. tai 11.3.

Välikokeessa ei saa olla mitään omia laskimia eikä taulukkokirjoja. Välikokeessa jaetaan kurssin taulukkomoniste sekä palautuslomake tehtävää 1 varten.

Kaikki konseptit palautettava, suttupaperit erikseen sekä **tehtävästä 1 palautetaan erillinen A4-lomake.** Tehtäväpaperin ja taulukkomonisteen voi pitää.

Aloita uusi tehtävä **uudelta sivulta**. Kirjoita laskuissa käytetyt **välivaiheet mukaan**.

1) (14 x 1p, max 12 p) Monivalinta. Väittämissä on 1-4 oikeaa vastausta, mutta valitse **yksi ja vain yksi.** Täytä **erillisille lomakkeelle** värittämällä koko ruutu.

Oikea valinta +1 p, väärä valinta −0.5 p, ei valintaa 0 p. Perusteluja ei tarvita. Vastaa niin moneen kuin haluat. Tehtävän maksimipistemäärä on 12 ja minimimäärä 0.

1.1 Matlab-harjoituksissa tutkittiin ihmisen puhetta ja erityisesti lyhyttä kohtaa vokaaliäänteestä /i/, jota tässä merkitään $x(t)$.

(A) Todettiin, että $x(t)$ on käytännöllisesti katsoen jaksollinen $x(t) \approx x(t+T)$

(B) Todettiin, että $x(t)$ on matemaattisesti $x(t) = x(t+T)$ jaksollinen

(C) Signaali $x(t)$ tuottaa spektrin, jossa on piikkejä "perustaajuuden" (n. 200 Hz) ja sen harmonisten kohdalla

(D) Signaali $x(t)$ tuottaa spektrin, joka on kolmion muotoinen

1.2 Kahden pisteen liikkuva keskiarvoistava suodin (two-point moving average):

(A) impulssivaste on $h[n] = 0.5\delta[n] - 0.5\delta[n-1]$

(B) siirtofunktio $H(z) = 0.5(1 + z^{-1})$

(C) vahvistaa signaalin nopeita muutoksia

(D) differenssiyhtälö on $y[n] = \frac{x[n]+x[n-1]}{2}$

1.3 Suotimen impulssivaste on $h[n] = (-0.5)^{n-2}\mu[-n+2]$:

(A) suodin on stabiili

(B) suodin on FIR

(C) suodin ei ole kausaalinen

(D) suotimen siirtofunktiossa $H(z)$ suppenemisalue (region of convergence, ROC) on $|z| < 0.5$

1.4 Tutkitaan sekvenssiä $x[n] = \cos((\pi/8)n) - \sin((\pi/4)n) + 2\cos((\pi/3)n - \pi/4)$. Mitä voidaan sanoa sekvenssin $x[n]$ jaksollisuudesta?

(A) Perusjaksoa N_0 ei ole olemassa

(B) Perusjakso on $N_0 = 96$

(C) Perusjakso on $N_0 = 48$

(D) Perusjakso on $N_0 = 16$

1.5 Tutkitaan signaalia $x(t) = x_1(t) + x_2(t) + x_3(t)$, jossa osasignaalien perusjaksot ovat $T_1 = 8$, $T_2 = 10$ ja $T_3 = 20$. Mitä voidaan sanoa signaalin $x(t)$ jaksollisuudesta?

(A) Perusjakso T_0 riippuu näytteenottotaajuudesta

(B) Perusjakso $T_0 = 4$

(C) Osasignaalien perustaajuudet f_1, f_2 ja f_3 voidaan lausua signaalin $x(t)$ perustaajuuden f_0 monikertoina

(D) Signaali on jaksollinen jaksolla $T = 100$

1.6 Kuvan 2(a) järjestelmän impulssivasteen $h[n]$ konvoluutio sekvenssin $x[n] = 0.5\delta[n] - 0.5\delta[n-1]$ kanssa

(A) tuottaa äärellisen pitkän ulostulosekvenssin

(B) ei voida laskea, koska suodin ei ole kausaalinen

(C) suotimen yksikköaskelvaste menee nollaan askeleella $n = 1$

(D) summa $\sum_{n=-\infty}^{\infty} |y[n]|$, jossa $y[n]$ on ulostulosekvenssi, suppenee ja on äärellinen

1.7 Lasketaan lineaarinen konvoluutio $y[n] = h[n] \circledast x[n]$. Määritellään $w[n]$ uutena konvoluutiona: $w[n] = h[n-N_1] \circledast x[n-N_2]$.

(A) $w[n] = y[n]$

(B) $w[n] = (N_1 \cdot N_2)\, y[n - (N_1 + N_2 - 1)]$

(C) $W(e^{j\omega}) = e^{j(N_1+N_2)\omega}\, Y(e^{j\omega})$

(D) $W(e^{j\omega}) = e^{j(-N_1-N_2)\omega}\, Y(e^{j\omega})$

1.8 Tutkitaan suodinta $H(z) = 1 - 0.5z^{-8}$.

(A) Suotimen amplitudivaste on kuvassa 1(a)

(B) Suotimen napanollakuvio on kuvassa 1(d)

(C) Suodin on toisen asteen FIR

(D) Impulssivasteen $h[n]$ pituus on kahdeksan

1.9 Siirtofunktio $H(z) = [1 - 0.3z^{-1} + 0.2z^{-2}]/[1 + 0.9z^{-2}]$.

(A) Suotimen vaihevaste on epälineaarinen

(B) Lohkokaavioesitys on kuvassa 2(b)

(C) Impulssivaste on $h[n] = 0.9^n\mu[n] - 0.3 \cdot 0.9^{n-1}\mu[n-1] + 0.2 \cdot 0.9^{n-2}\mu[n-2]$

(D) Suotimen amplitudivaste on kuvassa 1(b)

1.10 Reaalisen sekvenssin $x[n]$

(A) diskreettiaikainen Fourier-muunnos on jaksollinen π:n välein

(B) diskreettiaikaisen Fourier-muunnoksen itseisarvo on pariton funktio

(C) diskreettiaikaisen Fourier-muunnoksen vaihekulma on parillinen funktio

(D) diskreettiaikainen Fourier-muunnos voi olla myös reaaliarvoinen

1.11 Suotimen $H(z) = [1 - 0.2z^{-1}]/[1 + 0.6z^{-1} + 0.05z^{-2}]$, suppenemisalue ROC $|z| > 0.5$, käänteismuunnos $h[n]$ on

(A) $h[n] = 0.6^n\mu[n] - 0.2 \cdot 0.05^{n-1}\mu[n-1]$

(B) $h[n] = 1.75 \cdot (-0.5)^n\mu[n] - 0.75 \cdot (-0.1)^n\mu[n]$

(C) $h[n] = 0.5 \cdot (-0.3 + 0.2j)^n\mu[n] + 0.5z^{-1} \cdot (-0.3 - 0.2j)^{n-1}\mu[n-1]$

(D) $h[n] = 1.25 \cdot 0.5^n\mu[n] - 0.25 \cdot 0.1^n\mu[n]$

1.12 Kuvaa 1(c) vastaava napanollakuvio

(A) on kuvassa 1(e)

(B) sisältää navan kohdassa $z = 1$

(C) sisältää nollan kohdassa $z = -1$

(D) sisältää nollan kohdassa $\omega = \pi/2$

1.13 Olkoon LTI-järjestelmän impulssivaste $h[n] = (-1)^{n-2}\mu[n+2]$ ja syöte $x[n] = \delta[n+4] - 3\delta[n+3] + 2\delta[n+2]$. Lasketaan ulostulo $y[n] = h[n] \circledast x[n]$.

(A) $y[2006] = -6$

(B) $y[2006] = 0$

(C) $y[2006] = 6$

(D) $y[2006] = \delta[n-2002] - 3\delta[n-2003] + 2\delta[n-2004]$

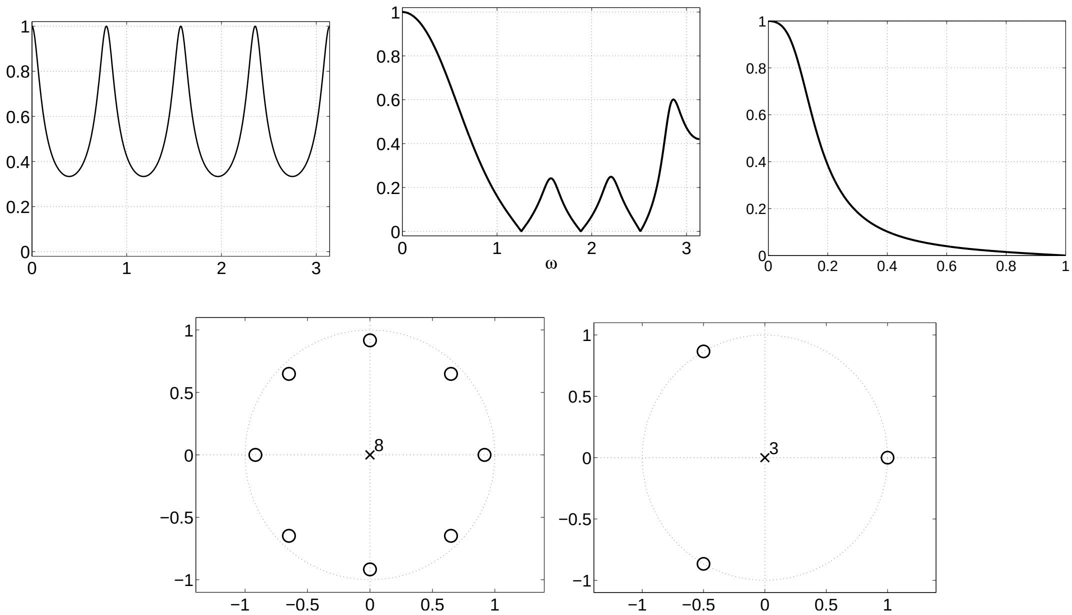
1.14 Kahden LTI-järjestelmän h_1 ja h_2 rinnankytkennässä

(A) koko järjestelmän h napanollakuvio saadaan laskemalla navat ja nollat erikseen molemmista osajärjestelmistä ja piirtämällä ne samaan napanollakuvioon

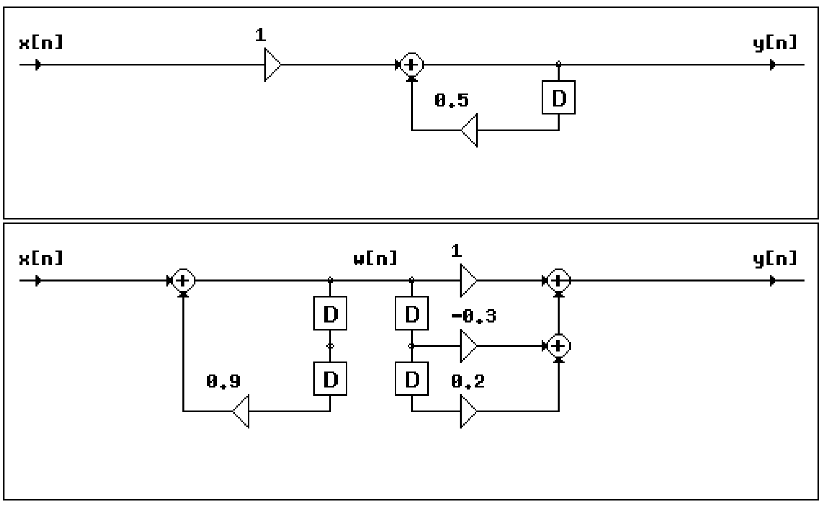
(B) koko järjestelmän h impulssivaste saadaan summaamalla osajärjestelmien impulssivasteet yhteen

(C) koko järjestelmän h impulssivaste saadaan kertomalla osajärjestelmien impulssivasteet toistensa kanssa

(D) koko järjestelmän h impulssivaste saadaan konvoloimalla osajärjestelmien impulssivasteet toistensa kanssa



Kuva 1: Monivalintatehtävän kuvia, ylärivi (a), (b), (c), alarivi: (d), (e).



Kuva 2: Monivalintatehtävän kuvia, (a), (b).

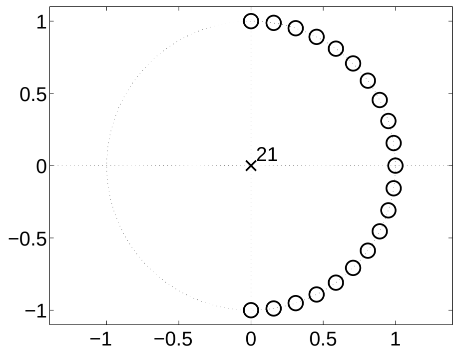
2) (6 p) Analoginen signaali $x(t) = \sum_i A_i \cos(2\pi f_i t + \theta_i)$ koostuu viidestä taajuuskomponentista $\{\ f_1 = 400$ Hz, $A_1 = 2$, $\theta_1 = 0.6\ \}$, $\{\ f_2 = 600$ Hz, $A_2 = 7$, $\theta_2 = 0.1\ \}$, $\{\ f_3 = 5400$ Hz, $A_3 = 3$, $\theta_3 = 0.3\ \}$, $\{\ f_4 = 9200$ Hz, $A_4 = 10$, $\theta_4 = 0.01\ \}$ ja $\{\ f_5 = 10200$ Hz, $A_5 = 5$, $\theta_5 = 0.0\ \}$.

a) Signaali on jaksollinen. Mikä on sen perustaajuus f_0?

b) Hahmottele signaalin $x(t)$ spektri $|X(j\Omega)|$ välillä $f \in [0 \dots 20]$ kHz.

c) Signaali näytteistetään näytteenottotaajuudella $f_s = 10$ kHz. Hahmottele näytteistetyn sekvenssin $x[n]$ spektri $|X(e^{j\omega})|$.

d) Sekvenssi $x[n]$ suodatetaan suotimella, jonka napanollakuvio on kuvan 3 mukainen. Tämän jälkeen suodatettu sekvenssi $y[n]$ palautetaan (ideaalisesti) jatkuva-aikaiseksi $y_r(t)$. Hahmottele spektri $|Y_r(j\Omega)|$ välillä $f \in [0 \dots 20]$ kHz.

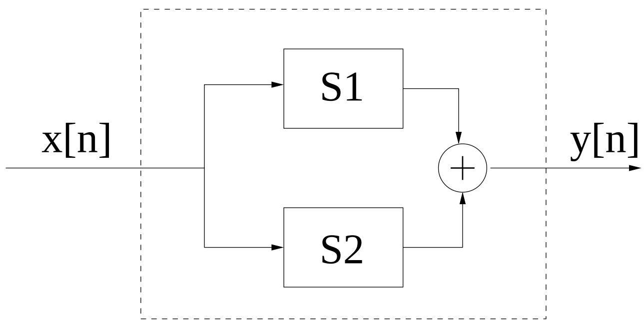


Kuva 3: Suotimen napanollakuvio.

3) (6 p) Tutkitaan stabiilista ja kausaalista diskreettiaikaista LTI-järjestelmää S_1, jonka nollat z_i ja navat p_i sijaitsevat kohdissa

$$\begin{array}{ll} \text{nollat:} & z_1 = 1, \quad z_2 = 1 \\ \text{navat:} & p_1 = 0.18 \end{array}$$

Aseta kuvan 4 mukaisesti LTI-FIR-suodin S_2 rinnan S_1:n kanssa niin, että kokonaisjärjestelmä S on kausaalinen toisen asteen kaistanestosuodin, jonka minimi on noin kohdassa $\omega \approx \pi/2$ ja jonka maksimi on skaalattu ykköseksi. Mitkä ovat S_2:n ja S:n siirtofunktiot? Esitä selkeät välivaiheet.



Kuva 4: LTI-alijärjestelmien S_1 ja S_2 muodostama suodin S.