T-61.3010 Digitaalinen signaalinkäsittely ja suodatus

1. välikoe, la 7.3.2009 klo 10-13, päärakennus.

1. vk on oikeus tehdä vain kerran joko 7.3. tai 13.3.

Välikokeessa ei saa olla mitään omia laskimia eikä taulukkokirjoja. Välikokeessa jaetaan kurssin taulukkomoniste sekä palautuslomake tehtävää 1 varten.

Palautusohjeet:

- tehtävän 1 ("rasti ruutuun") lomake omaan pinoon, täytettävä vähintään opiskelijanumero
- tehtävän 2 esseen vastauskonsepti omaan pinoon, täytettävä vähintään konseptin ylälaidan tiedot
- suttupaperit omaan pinoon
- tehtäväpaperin ja taulukkomonisteen voi pitää itsellään

Tehtävä 3 on taustatietokysely ja palaute, joka täytetään nettilomakkeella la 7.3. - ma 23.3.2009.

1) (0-12 p) Monivalinta. Väittämissä on 1-4 oikeaa vastausta, mutta valitse korkeintaan **yksi ja vain yksi.** Täytä **erillisille lomakkeelle**, joka luetaan optisesti.

Oikea valinta +1 p, väärä valinta -0.5 p, ei valintaa 0 p. Perusteluja ei tarvita. Tehtävän maksimipistemäärä on 12 ja minimimäärä 0.

1.1 Tutkitaan sekvenssiä $x[n] = x_1[n] + x_2[n] + x_3[n]$, jossa osasekvenssien perusjaksot ovat $N_1 = 8$, $N_2 = 10$ ja $N_3 = 20$. Mitä voidaan sanoa sekvenssin $x[n]$ jaksollisuudesta?

(A) Perusjaksoa N_0 ei ole olemassa

(B) Perusjakso on $N_0 = 2$

(C) Normalisoitu peruskulmataajuus on $\omega_0 = 2\pi/N_0 = \pi/20$

(D) Sekvenssi on jaksollinen jaksolla $N = 8 \cdot 10 \cdot 20 = 1600$

1.2 Lasketaan lukujonojen $x[n] = \delta[n+2]+\delta[n+1]+\delta[n] = \{1,\ 1,\ \underline{1}\}$ ja $h[n] = \delta[n+1]-\delta[n] = \{1,\ \underline{-1}\}$ lineaarinen konvoluutio $y[n] = h[n] \circledast x[n]$. Alleviivaus osoittaa origon paikkaa.

(A) Lukujonon $y[n]$:n pituus on 5

(B) $y[n] = 0$, kun $n < 0$

(C) $y[0] = -1$

(D) $y[0] = 1$

1.3 Lasketaan dekonvoluutiota, kun $y[n] = h[n] \circledast x[n]$ ja tiedetään, että $x[n] = \{1,\ \underline{-2},\ 1\}$ ja $y[n] = \{\underline{-1},\ 1,\ 2,\ -3,\ 1\}$, joissa alleviivaus osoittaa origon paikkaa. Tällöin tuntematon $h[n]$ on muotoa

(A) $h[n] = a \cdot \delta[n+1] + b \cdot \delta[n] + c \cdot \delta[n-1] + d \cdot \delta[n-2]$

(B) $h[n] = b \cdot \delta[n] + c \cdot \delta[n-1] + d \cdot \delta[n-2]$

(C) $h[n] = b \cdot \delta[n] + c \cdot \delta[n-1] + d \cdot \delta[n-2] + e \cdot \delta[n-3]$

(D) $h[n] = c \cdot \delta[n-1] + d \cdot \delta[n-2] + e \cdot \delta[n-3]$

joissa $\{a,\ b,\ c,\ d,\ e\} \in \mathbb{R}$ ja nollasta poikkeavia.

1.4 Mikä on kuvan 1 LTI-järjestelmän laskentaa vastaava differenssiyhtälö?

(A) $y[n] - 0.9y[n-1] + 0.7y[n-2] = 0.5x[n] + 0.5x[n-2]$

(B) $y[n] + 0.9y[n-1] - 0.7y[n-2] = 0.5x[n] + 0.5x[n-2]$

(C) $y[n] = 0.5x[n] + 0.5x[n-2] + 0.45x[n-1] - 0.35x[n-2]$

(D) Mikään ylläolevista ei pidä paikkaansa

1.5 Stabiilin ja kausaalisen LTI-suotimen navat ovat $p_1 = -0.8$, $p_2 = -0.5$ ja $p_3 = 0.5$, sekä nollat $z_1 = -1$, $z_2 = 0.8$ ja $z_3 = 1$.

(A) Suotimen impulssivaste $h[n]$ on symmetrinen

(B) Suotimen differenssiyhtälö on $y[n] = K \cdot \big(x[n] - x[n-1] + 0.8x[n-2] + x[n-3] + 0.8y[n-1] + 0.5y[n-2] - 0.5y[n-3]\big)$, jossa K on skaalausvakio

(C) Suotimen siirtofunktio on $H(z) = K \cdot \frac{1-0.8z^{-1}-z^{-2}+0.8z^{-3}}{1+0.8z^{-1}-0.25z^{-2}-0.2z^{-3}}, \quad |z| > 0.8$, jossa K on skaalausvakio

(D) Suotimen magnitudivaste on $|H(e^{j\omega})| = 1$ kaikilla taajuuksilla $\omega \in [0,\ \pi]$

1.6 LTI-suotimen differenssiyhtälö on $y[n] = x[n] + 0.4x[n-1] - 0.21x[n-2] + 1.8y[n-1] - 0.82y[n-2]$. Suotimen magnitudivaste $|H(e^{j\omega})|$ skaalattuna välille $0 \ldots 1$ on

(A) kuvassa 2(a)

(B) kuvassa 2(b)

(C) kuvassa 2(c)

(D) kuvassa 2(d)

1.7 Tunnetaan sekvenssien $g[n]$ ja $h[n]$ z-muunnokset. Mitä seuraavat rivit erityisesti todistavat meille?

$$\begin{aligned}
& \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \Big(\sum_{k=-\infty}^{+\infty} g[k]h[n-k] \Big) z^{-n} \\
= & \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g[k] \Big(\sum_{n=-\infty}^{+\infty} h[n-k] z^{-n} \Big) \\
= & \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g[k] \Big(\sum_{m=-\infty}^{+\infty} h[m] z^{-(m+k)} \Big) \quad ,\ m = n-k \\
= & \Big(\sum_{k=-\infty}^{+\infty} g[k] z^{-k} \Big) \Big(\sum_{m=-\infty}^{+\infty} h[m] z^{-m} \Big)
\end{aligned}$$

(A) Lineaarinen konvoluutio on vaihdannainen ("commutative") operaatio

(B) Äärettömän pitkien sekvenssien tulo on äärettömän pitkä

(C) Sekvenssien g ja h konvoluution z-muunnos on sama kuin niiden z-muunnosten tulo

(D) Sekvenssien g ja h tulon z-muunnos on sama kuin niiden z-muunnosten konvoluutio

1.8 Mikä seuraavista diskreettiaikaisista järjestelmistä on sekä lineaarinen että aikainvariantti (LTI)?

(A) Kuvan 3(a) suodinrakenne

(B) Mediaanisuodin, jossa $y[n]$ on mediaani näytteistä $\{x[n], x[n-1], \ldots, x[n-L+1]\}$, jossa L on tutkittavien syötearvojen määrä ("liikkuva mediaanisuodin")

(C) $y[n] = x[n] + 1$

(D) $y[n] = x_1[n] \cdot x_2[n]$

1.9 Ihmisen puhetta äänitetään tietokoneelle näytteenottotaajuudella $f_T = 10000$ Hz siten, että lukujonon pituus on 29001.

(A) Näytteenottoteoreeman mukaisesti voidaan havaita taajuuksia 9999 Hertziin asti.

(B) Näytteenottoteoreeman mukaisesti signaalista voidaan havaita vain sellaisia taajuuksia, joiden jakso T_i on pienempää kuin 0.2 millisekuntia.

(C) Ääninäytteen pituutta sekunneissa ei voida laskea annetuilla tiedoilla.

(D) Mikään ylläolevista ei pidä paikkaansa

1.10 Tutkitaan stabiilia ja kausaalista suodinta

$$H(z) = \frac{1 - z^{-2}}{1 - 1.5z^{-1} - 0.56z^{-2}}$$

(A) Suotimen vaihevaste $\angle H(e^{j\omega})$ on lineaarinen

(B) Suotimen vaihevaste on kuvassa 3(b)

(C) Napanollakuvio on kuvassa 3(c)

(D) Suotimen ryhmäviive $\tau(\omega)$ ei ole vakio ω:n suhteen

1.11 Sekvenssien $h[n] = 0.8^n \mu[n]$ ja $x[n] = 3 \cdot \sum_{k=0}^{\infty} (-0.5)^{(k/42)} \delta[n - (k/42)]$, konvoluutiosta $y[n] = h[n] \circledast x[n]$ tiedetään, että

(A) lukujonon $y[n]$ summa on $S = \sum_{n=\infty}^{\infty} y[n] = 10$

(B) lukujonon $y[n]$ summa on $S = \sum_{n=\infty}^{\infty} y[n] = 30$

(C) lukujonon $y[n]$ summa on $S = \sum_{n=\infty}^{\infty} y[n] = 42$

(D) lukujonon $y[n]$ summa $S = \sum_{n=\infty}^{\infty} y[n]$ ei suppene

Huomaa, että $\delta[n] = 0$, jos $n \notin \mathbb{Z}$

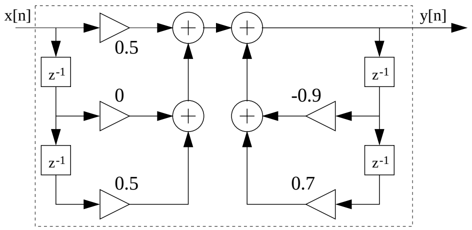
1.12 LTI-suotimen impulssivaste on $h[n] = (-0.8)^n \mu[n]$ ja ulostulo $y[n] = 2 \cdot (-0.8)^n \mu[n] - (-0.4)^n \mu[n]$.

(A) Suodin keskiarvoistaa syötettä

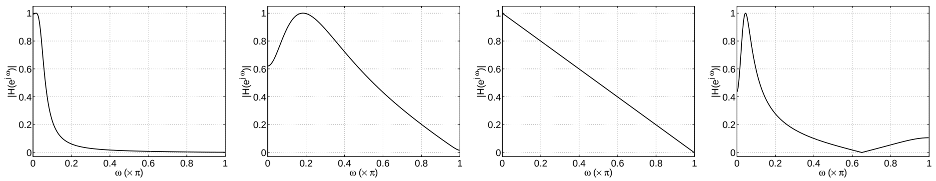
(B) Suodin on sekä epästabiili että ei-kausaalinen

(C) Syötesekvenssi on $x[n] = 2\delta[n] - (0.5)^n \mu[n]$

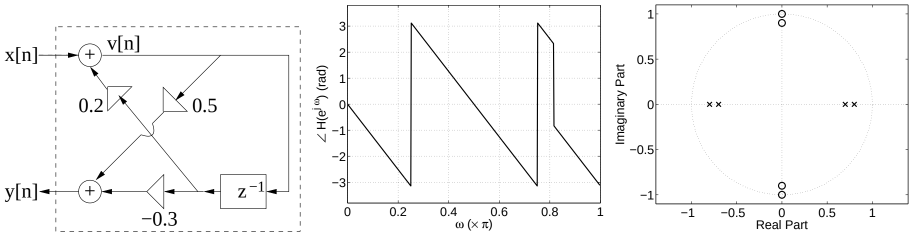
(D) Syötesekvenssi on $x[n] = (-0.4)^n \mu[n]$



Kuva 1: Tehtävä 1.4: suotimen lohkokaavio.



Kuva 2: Tehtävä 1.6: Suotimen magnitudivaste, vaihtoehdot **(A)** , **(B)** , **(C)** , **(D)** .



Kuva 3: Tehtävät 1.8 ja 1.10: (a) 1.8 **(A)** , (b) 1.10 **(B)** , (c) 1.10 **(C)** .

2) (6 p) Tämän kurssin alkupuoliskolla on tutkittu pääosin syötteitä $x[n]$, niitä muokkaavia digitaalisia LTI-järjestelmiä $h[n]$ ja vasteita $y[n]$. Näitä voidaan käsitellä sekä aika- että taajuustasossa.

   Kirjoita essee aiheesta "signaalien suodattaminen digitaalisilla LTI-suotimilla".

3) (1 p) Taustatietojen kysely ja palaute. Nettilomake `http://www.cis.hut.fi/Opinnot/T-61.3010/VK1_K2009/kyselyVK1.shtml` on avoinna 23.3.2009 asti.