T-61.3010 Digitaalinen signaalinkäsittely ja suodatus

1. välikoe, pe 12.3.2010 klo 13-16 Sali A.

1. vk on oikeus tehdä vain kerran joko 6.3. tai 12.3.

Välikokeessa ei saa olla mitään omia laskimia eikä taulukkokirjoja. Välikokeessa jaetaan kurssin taulukkomoniste sekä palautuslomake tehtävää 1 varten.

Palautusohjeet:

- tehtävän 1 ("rasti ruutuun") lomake omaan pinoon, täytettävä vähintään opiskelijanumero
- tehtävän 2 laskun vastauskonsepti omaan pinoon, täytettävä vähintään konseptin ylälaidan tiedot
- suttupaperit omaan pinoon
- tehtäväpaperin ja taulukkomonisteen voi pitää itsellään

Tehtävä 3 on taustatietokysely ja palaute, joka täytetään nettilomakkeella la 6.3. - ma 22.3.2010.

1) (0-9 p) Monivalinta. Väittämissä on 1-4 oikeaa vastausta, mutta valitse korkeintaan **yksi ja vain yksi.** Täytä **erillisille lomakkeelle**, joka luetaan optisesti. **MUSTAA RUUTU** valintasi mukaan.

Oikea valinta +1 p, väärä valinta −0.5 p, ei valintaa 0 p. Perusteluja ei tarvita. Vastaa niin moneen kuin haluat. Tehtävän maksimipistemäärä on 9 ja minimimäärä 0.

1.1 Tutkitaan sekvenssiä $x[n] = A_1 \cos(\omega_1 n + \theta_1) + A_2 \cos(\omega_2 n + \theta_2) + A_3 \cos(\omega_3 n + \theta_3)$, jossa jaksollisten osasekvenssien perusjaksot ovat $N_1 = 6$, $N_2 = 8$ ja $N_3 = 10$, ja A_i:t ovat nollasta poikkeavia. Mitä voidaan sanoa sekvenssin $x[n]$ jaksollisuudesta?

(A) Perusjakso N_0 on olemassa jos vain jos kaikki vaiheet ovat nollia: $\theta_1 = 0$, $\theta_2 = 0$, $\theta_3 = 0$

(B) Perusjakso on suurin yhteinen tekijä (s.y.t, "greatest common divisor/factor" GCD) eli $N_0 = 2$

(C) Perusjakso on pienin yhteinen jaettava (p.y.j, "least common multiple" LCM) eli $N_0 = 120$

(D) Perusjakso on osajaksojen tulo eli $N_0 = 480$

1.2 Lasketaan lukujonojen $x[n] = \delta[n] + 2\delta[n-1] + \delta[n-2] = \{\underline{1},\ 2,\ 1\}$ ja $h[n] = \delta[n] + 2\delta[n-2] = \{\underline{1},\ 0,\ 2\}$ lineaarinen konvoluutio $y[n] = h[n] \circledast x[n]$. Alleviivaus osoittaa origon paikkaa.

(A) Lukujonon $y[n]$ pituus on 5

(B) $y[n] = 0$, kun $n \leq 0$

(C) $y[n] = 0$, kun $n \geq 3$

(D) $y[1] = 0$

1.3 Kaksi LTI-järjestelmää $h_1[n]$ ja $h_2[n]$ muodostavat rinnan kytkettynä koko järjestelmän impulssivasteen $h[n]$. Tiedetään, että $h_2[n] = \{1,\ \underline{2},\ -1\}$ ja $h[n] = \{-2,\ -5,\ \underline{1},\ 3,\ -1\}$, joissa alleviivaus osoittaa origon paikkaa. Tällöin tuntematon $h_1[n]$ on muotoa

(A) $h_1[n] = a \cdot \delta[n+2] + b \cdot \delta[n+1] + c \cdot \delta[n] + d \cdot \delta[n-1] + e \cdot \delta[n-2]$

(B) $h_1[n] = b \cdot \delta[n+1] + c \cdot \delta[n] + d \cdot \delta[n-1]$

(C) $h_1[n] = d \cdot \delta[n-1] + e \cdot \delta[n-2] + f \cdot \delta[n-3]$

(D) $h_1[n]$ on kausaalinen suodin

joissa $\{a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ f\} \in \mathbb{R}$ ja nollasta poikkeavia.

1.4 Kahden pisteen liikkuva keskiarvoistava suodin ("two-point moving average"):

(A) Suodin on FIR-tyyppinen

(B) Suodin voi olla lineaarivaiheinen

(C) Suotimen asteluku on 1

(D) Suotimen rakenne sisältää ainakin yhden takaisinkytketyn silmukan

1.5 Tunnetaan analogisen reaaliarvoisen signaalin $x(t)$ kaistarajoitettu spektri $|X(j\Omega)|$, joka on kuvassa 1(a). Näytteistetään signaali näytteenottotaajuudella $f_T = 10000$ Hz

(A) Näytteistetyn sekvenssin spektri $|X(e^{j\omega})|$ välillä $[0, f_T/2]$ on kuvassa 2(a). (y-akselin arvot suhteellisia.)

(B) Näytteistetyn sekvenssin spektri $|X(e^{j\omega})|$ välillä $[0, f_T/2]$ on kuvassa 2(b). (y-akselin arvot suhteellisia.)

(C) Saatu sekvenssi $x[n]$ on kosinisekvenssi muotoa $x[n] = \cos(\omega_0 n + \theta)$, jossa $\omega_0 = 2\pi(f_0/f_T)$ on normalisoitu peruskulmataajuus

(D) Kaikkia niitä taajuuskomponentteja, joiden jaksonaika T_i on pidempi kuin $2/f_T$ sekuntia, vierastuvat ("aliasing") digitaalisen spektrin $|X(e^{j\omega})|$ matalille taajuuksille välille $[0, f_T/2]$ Hz, eikä niitä voida ideaalisessa D/A-muunnoksessa enää palauttaa alkuperäisiksi

1.6 Neljännen asteen LTI-suotimen navat ovat kohdissa $p_1 = a$, $p_2 = -a$, $p_3 = bj$ ja $p_4 = -bj$, jossa a ja b ovat reaalisia ja $0 < a < b < 1$. Kaikki nollat ovat origossa. Mikä seuraavista voi olla suotimen magnitudivaste?

(A) Kuva 3(a)

(B) Kuva 3(b)

(C) Kuva 3(c)

(D) Kuva 3(d)

1.7 LTI-suotimen impulssivaste on

$$h[n] = 4 \cdot (-0.8)^n \mu[n] - 3 \cdot (-0.6)^n \mu[n]$$

(A) Suotimen asteluku on 1

(B) Suotimen nollat ovat kohdissa $z_1 = 0.8$ ja $z_2 = 0.6$

(C) Suotimella on lineaarinen vaihevaste

(D) Kyseessä on ylipäästösuodin

1.8 Lukujonon $x_1[n] = \{\underline{2}, 1, 2, 1\}$ diskreetti Fourier-muunnos (DFT) on

$$X_1[k] = \sum_{n=0}^{3} x_1[n] W_N^{nk} = \{\underline{6},\ 0,\ 2,\ 0\}$$

ja vastaavasti $x_2[n]$:lle $x_2[n] = \{\underline{1},\ 2,\ 3,\ 4\}$ ja $X_2[k] = \{\underline{10},\ -2+2j,\ -2,\ -2-2j\}$. Laske sekvenssin $x_3[n] = 2x_1[n] - x_2[n]$ DFT $X_3[k]$. (DFT löytyy myös kaavakokoelmasta.)

	$k =$	0	1	2	3
(A)	$X_3[k] =$	2	$2-2j$	6	$2+2j$
(B)	$X_3[k] =$	3	0	-1	$2j$
(C)	$X_3[k] =$	10	$2-3j$	4	$3-2j$
(D)	$X_3[k] =$	22	$-2+2j$	2	$-2-2j$

1.9 Yksinkertaisen alipäästösuotimen taajuusvaste on

$$H_{LP}(e^{j\omega}) = \frac{1 + e^{-j\omega} + e^{-j2\omega} + e^{-j3\omega}}{4}$$

jonka magnitudivaste on kuvassa 4(a). Tehdään siitä taajuussiirrolla mahdollisimman yksinkertaisesti ylipäästösuodin, jonka magnitudivaste on kuvassa 4(b). Laske ylipäästösuotimen impulssivaste. Vinkki: taulukkomoniste.

(A) $h_{HP}[n] = 4 \cdot \big(\delta[n] + \delta[n-1] - \delta[n-2] - \delta[n-3]\big)$

(B) $h_{HP}[n] = (-0.25) \cdot \big(\delta[n] + \delta[n-1] + \delta[n-2] + \delta[n-3]\big)$

(C) $h_{HP}[n] = 0.25 \cdot \big(\delta[n] - \delta[n-1] + \delta[n-2] - \delta[n-3]\big)$

(D) $h_{HP}[n] = e^{-j1.5\omega n} \cdot \big(\cos(0.5\omega n) + \cos(1.5\omega n)\big)$

1.10 Ajetaan Matlabissa erään LTI-järjestelmän laskentaa seuraavasti:

```
x = [9 8 9 9 8 1 2 3 2 2 1 9 8 7 9 8];  % syöte
y = zeros(size(x));                     % vasteen alustus nollaksi

for k = [2 : length(x)-1]
  y(k) = x(k) - x(k+1) - 1.1*y(k-1);
end;
```

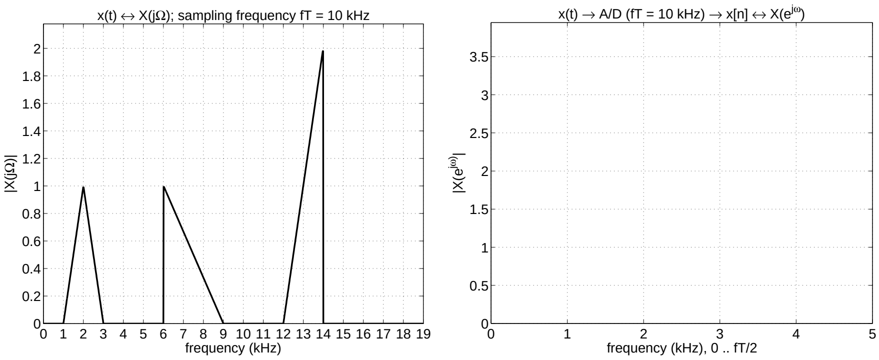
Mitä voidaan sanoa vastaavan LTI-suotimen ominaisuuksista tai toiminnasta?

(A) Kyseessä on FIR-suodin

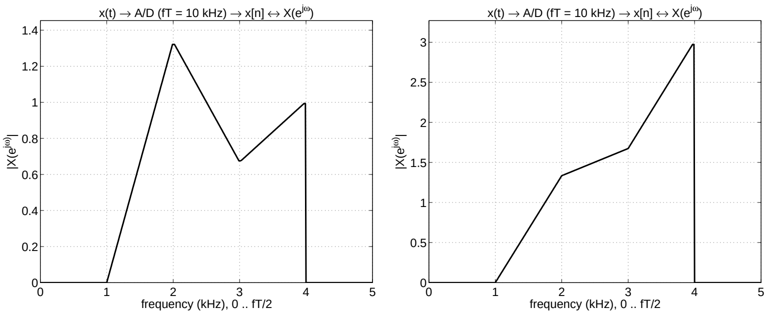
(B) Ulostulon y arvot kasvavat äärettömän suuriksi, mistä syystä ohjelman ajo keskeytyy

(C) Kyseessä ei ole kausaalinen suodin

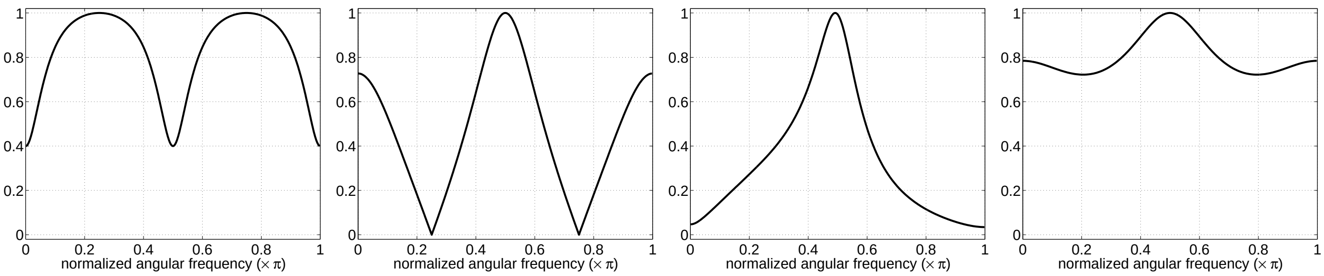
(D) Suotimen ryhmäviive on $\tau(\omega) = -0.5$



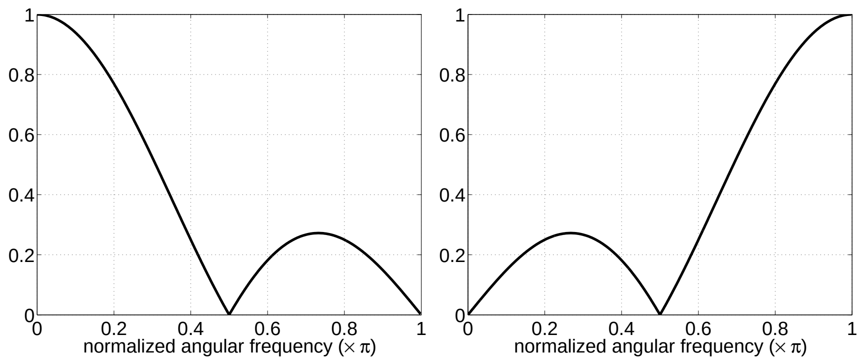
Kuva 1: Väite 1.5: (a) Analogisen signaalin $x(t)$ spektri $|X(j\Omega)|$, (b) tyhjä kuvaaja $f \in [0, f_T/2]$ hahmottelua varten.



Kuva 2: Väite 1.5: (a) Vastausvaihtoehto **(A)** , (b) Vastausvaihtoehto **(B)** .



Kuva 3: Väite 1.6 vastausvaihtoehdot (a) **(A)** , (b) **(B)** , (c) **(C)** , (d) **(D)** .



Kuva 4: Väite 1.9: (a) Alkuperäinen alipäästösuodin $|H_{LP}(e^{j\omega})|$, (b) Haluttu ylipäästösuodin $|H_{HP}(e^{j\omega})|$.

2) (6 p) Tunnetaan diskreettiaikainen lineaarinen ja aikainvariantti järjestelmä, jonka siirtofunktio on

$$H(z) = \frac{1}{1 + 0.2z^{-1}} + \frac{1 + 0.2z^{-1}}{1 - 0.8z^{-1}}, \quad |z| > 0.8$$

Tutki suodinta ja sen käytöstä kurssilla esitetyillä tavoilla. Esitä asiat mahdollisimman selkeästi.

3) (1 p) Taustatietojen kysely ja palaute. Nettilomake `http://www.cis.hut.fi/Opinnot/T-61.3010/VK1_K2010/kyselyVK1.shtml` on avoinna 22.3.2010 asti.