T-61.3010 Digitaalinen signaalinkäsittely ja suodatus

2. välikoe / tentti. Ke 6.5.2009 klo 9-12. Sali M.

2. vk on oikeus tehdä vain kerran joko 6.5. tai 13.5. Tee välikokeessa tehtävät 1, 2 ja 8 (palaute).

Tentti on oikeus tehdä vain kerran joko 6.5. tai 13.5. Tee tentissä tehtävät 3, 4, 5, 6, 7 ja 8 (palaute). Aloita kukin tehtävä uudelta sivulta.

Tilaisuudessa saa olla oma funktiolaskin. Jos sinulla ei ole laskinta, käytä tarvittaessa apumuuttujia, esimerkiksi $k = \sin(0.2\pi)$. Tilaisuudessa ei saa olla mitään taulukkokirjaa vaan jaossa on kurssin taulukkomoniste.

Palautusohjeet:

- esitä opiskelijakorttisi palautuksen yhteydessä
- jos välikoe: tehtävän 1 vastauslomake ("rasti ruutuun") omaan pinoon **"VK2-MONIVALINTA"**, täytettävä vähintään opiskelijanumero
- jos välikoe: tehtävän 2 vastauskonsepti omaan pinoon **"VK2-KONSEPTI"**, täytettävä vähintään konseptin ylälaidan tiedot
- jos tentti: kaikki vastauskonseptit sisäkkäin omaan pinoon **"TENTTI"**
- suttupaperit omaan pinoon **"SUTTU"**
- tehtäväpaperin ja taulukkomonisteen voi pitää itsellään

1) (12 x 1p, 0-12 p, **VAIN VÄLIKOE**) Monivalinta. Väittämissä on 1–4 oikeaa vastausta, mutta valitse **yksi ja vain yksi.** Täytä **erillisille lomakkeelle**, joka luetaan optisesti.

Oikea valinta +1 p, väärä valinta −0.5 p, ei valintaa 0 p. Perusteluja ei tarvita. Vastaa niin moneen kuin haluat. Tehtävän maksimipistemäärä on 12 ja minimimäärä 0.

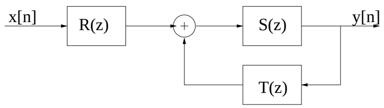
1.1 Tarkastellaan kuvan 1 lohkokaavioesitystä ("block diagram"), jossa kolme LTI-alijärjestelmää $S(z)$, $R(z)$ ja $T(z)$. Suotimen siirtofunktio on

(A) $H(z) = (R(z) + T(z)) \cdot S(z)$

(B) $H(z) = \frac{S(z)+R(z)T(z)}{1-T(z)}$

(C) $H(z) = \frac{S(z)R(z)}{1-S(z)T(z)}$

(D) $H(z) = \frac{R(z)S(z)}{T(z)}$



Kuva 1: Monivalintatehtävä 1.1: Lohkokaavioesitys.

1.2 Kausaalinen ja stabiili LTI-suodin

$$H(z) = \frac{1 + 2z^{-1} + z^{-2}}{1 - 1.3z^{-1} + 0.4z^{-2}}$$

on esitetty viiveiden suhteen kanonisessa (yksinkertaisessa) suoran muodon II ("direct form II") -rakenteena

(A) kuvassa 2(a).

(B) kuvassa 2(b).

(C) kuvassa 2(c).

(D) kuvassa 2(d).

1.3 Digitaalinen LTI-järjestelmä, jossa syöte on $x[n]$ ja vaste $y[n]$, on kuvattu differenssiyhtälöparilla

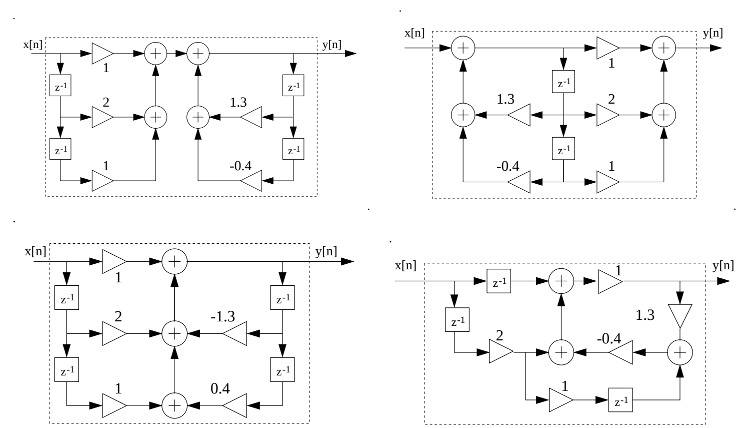
$$\begin{aligned} w[n] &= 0.5x[n] + 0.8w[n-1] \\ y[n] &= 0.25x[n-1] - 0.5w[n-1] \end{aligned}$$

(A) Suotimen taajuusvaste on $H(e^{j\omega}) = -0.2 \cdot (e^{-j2\omega})/(1 - 0.8e^{-j\omega})$.

(B) Suotimen vaihevaste on lineaarinen.

(C) Suotimessa ei ole takaisinkytkentää eli se on FIR-tyyppinen.

(D) Suotimessa on takaisinkytkentä ilman viivettä ("delay free loop"), ja siten sitä ei pystytä toteuttamaan.



Kuva 2: Monivalintatehtävän 1.2 rakenteet, ylärivissä **(A)** ja **(B)**, alarivissä **(C)** ja **(D)**.

1.4 Bilineaarimuunnos

(A) on bijektio (yksi-yhteen kuvaus), jossa analogisen s-tason vasen puolitaso kuvautuu z-tason yksikköympyrän sisällöksi.

(B) on kuvaus, jossa s-tason taajuusakseli $j\Omega$ kuvautuu z-tason y-akseliksi.

(C) on muunnos, jolla kvantisointivirheen kohina saadaan muokattua suotimen estokaistalle.

(D) on yksi tapa laskea analoginen FIR-suodin vastaavasta digitaalisesta vastineesta.

1.5 FIR-suotimen päästökaistan värähtely on määritelty lineaarisella asteikolla niin, että amplitudivaste voi värähdellä välillä 0.9 ja 1.1, katso kuva 3, vasen asteikko.

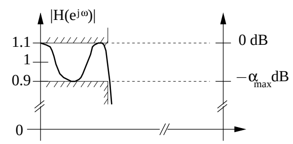
Kun tarkastelu suoritetaan logaritmisella desibeli-asteikolla niin, että suotimen maksimiarvo skaalataan ensin ykköseksi vastaten 0 dB:tä, niin mikä on päästökaistan tehollinen (neliöllinen) maksimivärähtely? Toisin sanoen mikä on kuvan 3 oikeanpuoleisen asteikon α_{max}:n arvo kolmen merkitsevän numeron tarkkuudella? Vinkki: Taulukko "Logarithms".

(A) $\alpha_{max} \approx 0.0458$ dB

(B) $\alpha_{max} \approx 1.74$ dB

(C) $\alpha_{max} \approx 3.01$ dB

(D) $\alpha_{max} \approx 14.0$ dB



Kuva 3: Monivalintatehtävän 1.5 vaatimusmäärittelyt.

1.6 Halutaan toteuttaa neljännen asteen digitaalinen FIR-tyyppinen alipäästösuodin ikkunamenetelmällä ("Window method", "Truncated Fourier series") käyttäen Hamming-ikkunaa $w[n]$ (katso taulukko). Rajataajuudeksi on valittu $\omega_c = 0.8\pi$, jolloin ideaalinen impulssivaste on $h_{\text{ideal}}[n] \approx \{\ldots, -0.15, 0.19, \underline{0.80}, 0.19, -0.15, \ldots\}$.

Mikä on lopullisen FIR-suotimen impulssivaste $h[n]$ annetulla esitystarkkuudella?

(A) $h[n] = -0.15\delta[n] + 0.19\delta[n-1] + 0.80\delta[n-2] + 0.19\delta[n-3] - 0.15\delta[n-4]$

(B) $h[n] = -0.01\delta[n] + 0.10\delta[n-1] + \delta[n-2] + 0.10\delta[n-3]$

(C) $h[n] = -0.01\delta[n+2] + 0.10\delta[n+1] + 0.80\delta[n] + 0.10\delta[n-1] - 0.01\delta[n-2]$

(D) $h[n] = 0.08\delta[n+2] + 0.54\delta[n+1] + \delta[n] + 0.54\delta[n-1] + 0.08\delta[n-2]$

1.7 Erään (monotonisen) ylipäästösuotimen siirtofunktio on $H(z) = K \cdot (1 - z^{-1})$. Jotta suotimen maksimi on skaalattu ykköseksi, niin kertoimen K pitää olla

(A) $K = 1/\infty$

(B) $K = 0.5$

(C) $K = 1$

(D) $K = 2$

1.8 Nopea Fourier-muunnos (”Fast Fourier Transform”, FFT)

(A) vaatii noin $N^2 \log_2 N^2$ kompleksista laskutoimitusta suurilla N:n arvoilla.

(B) approksimoi diskreetin Fourier-muunnoksen (DFT) sitä tarkemmin, mitä enemmän tarjolla on muistia ja prosessoritehoja.

(C) laskee tarkan diskreetin Fourier-muunnoksen (DFT) vähemmillä laskutoimituksella kuin DFT:n määritelmän mukaisesti.

(D) kehitettiin 1980-luvun alussa Yhdysvalloissa ns. Tähtien sota -ohjusjärjestelmän laskennan tarpeisiin.

1.9 Matlabin komentoriville voi syöttää lauseen, jossa lasketaan summa S seitsemästä eri luvusta

`S = 1 - 0.3 - 0.1 - 0.1 - 0.2 - 0.2 - 0.1`

ja joka palauttaa arvon `-2.7756e-17` eli $\approx -2.8 \cdot 10^{-17}$.

(A) Matlab tuottaa täysin samalle S:n summalausekkeelle satunnaisesti eri lopputuloksia, koska Matlab hyödyntää epädeterminististä kvanttilaskentaa.

(B) Matlab käyttää lukuesityksissään oletusarvoisesti 8 bitin esitystarkkuutta, mikä johtaa “pyöristysvirheisiin”.

(C) Matlab-esimerkki todistaa, että lukujen matemaattinen summa $S = 1-0.3-0.1-0.1-0.2-0.2-0.1 \neq 0$.

(D) Mikään ylläolevista ei pidä paikkaansa.

1.10 Digitaalisen sekvenssin näytteenottotaajuutta halutaan nostaa (3/2)-osaan alkuperäisestä. Kun käytössä on sopivat desimointisuodin $H_D(z)$ (“decimation filter”, “anti-alias”) ja interpolointisuodin $H_I(z)$ (“interpolation filter”, “anti-imaging”), niin mikä järjestely tuottaa oikean lopputuloksen?

(A) $x[n] \rightarrow \boxed{H_D(z)} \rightarrow \boxed{\downarrow 2} \rightarrow \boxed{\uparrow 3} \rightarrow y[n]$

(B) $x[n] \rightarrow \boxed{\uparrow 3} \rightarrow \boxed{\downarrow 2} \rightarrow \boxed{H_I(z)} \rightarrow y[n]$

(C) $x[n] \rightarrow \boxed{\uparrow 3} \rightarrow \boxed{H_I(z) \cdot H_D(z)} \rightarrow \boxed{\downarrow 2} \rightarrow y[n]$

(D) $x[n] \rightarrow \boxed{\downarrow 2} \rightarrow \boxed{H_D(z) \cdot H_I(z)} \rightarrow \boxed{\uparrow 3} \rightarrow y[n]$

1.11 Digitaalisen reaaliarvoisen sekvenssin $x[n]$:n spektri $|X(e^{j\omega})|$ on kuvassa 4. Sekvenssiä suodatetaan ensin alipäästösuotimella, jonka rajataajuus on $\omega_c = \pi/2$, tämän jälkeen alasnäytteistetään $M = 2$ (”downsampling”), ylipäästösuodatetaan ($\omega_c = \pi/2$) ja lopuksi alasnäytteistetään $M = 2$:

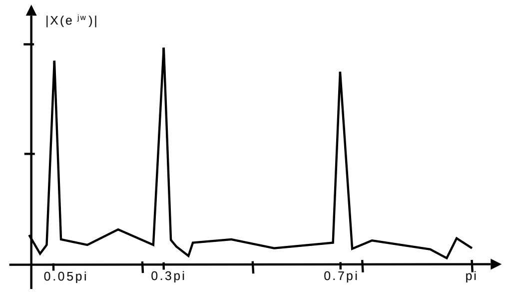
$x[n] \rightarrow \boxed{\text{LP}} \rightarrow \boxed{\downarrow 2} \rightarrow \boxed{\text{HP}} \rightarrow \boxed{\downarrow 2} \rightarrow y[n]$

(A) Spektri $|Y(e^{j\omega})|$:ssa on piikki kohdassa $\omega = 0.8\pi$ johtuen $|X(e^{j\omega})|$:n piikistä kohdassa $\omega = 0.3\pi$.

(B) Spektri $|Y(e^{j\omega})|$:ssa on välillä $0 \ldots \pi$ spektrin $|X(e^{j\omega})|$ taajuudet väliltä $\pi/2 \ldots \pi$.

(C) Sekvenssien $y[n]$ ja $x[n]$ yhteys on $y[n] = 0.5 \cdot (x[4n] - x[4n-1])$.

(D) Jos ali- ja ylipäästösuotimet oletetaan ideaalisiksi, voidaan $y[n]$:stä sopivalla menettelyllä palauttaa alkuperäinen $x[n]$.



Kuva 4: Monivalintatehtävän 1.11 spektri $|X(e^{j\omega})|$.

1.12 Luetaan tiedostosta **`sample.wav`** Matlabiin ääninäyte $x[n]$, jonka näytteenottotaajuus f_T on 8000 Hz. Mihin alla oleva koodin pätkä soveltuu parhaiten?

```
[x, fT] = wavread('sample.wav');
N       = 205;
thr     = 0.05;  % fix this!

for k = (1 : N : length(x)-N)
  tmpx = x(k : k+N-1);
  mag  = abs(fft(tmpx, N))/N;
  if ((mag(23) > thr) && (mag(39) > thr))
    disp(['Index k = ' num2str(k)])
  end;
end;
```

(A) Laskemaan signaalin kokonaisenergiaa pienissä aikaikkunoissa.

(B) Piirtämään signaalin spektrogrammin 205:n merkin pätkissä.

(C) Tunnistamaan näytteestä ne aikaikkunat, joissa kosinitaajuudet 852 Hz ja 1477 Hz esiintyvät voimakkaina.

(D) Alipäästösuodattamaan näytteestä kahta taajuuskomponenttia kerrallaan “overlap-add”-menetelmällä.

2) (6p, **VÄLIKOE**) Valitse joko 2A tai 2B. Kirjoita tenttiessee, jossa johdanto, itse asia ja loppuyhteenveto. Käytä tarvittaessa selkeitä visualisointeja. Rajaa aihe sopivaksi.

2A) **VAIHTOEHTO A.** FFT-algoritmit. Yleisen selostuksen lisäksi voit käyttää esimerkkinä kirjassa/kalvoissa ja laskuharjoitusmateriaalissa esiteltyä “radix-2 DIT FFT” -algoritmia, jonka perhosyhtälöt ja W_N taulukossa. Laske välivaiheittain FFT-muunnos jonolle ($N = 4$) $x[n] = 3\delta[n] - 1\delta[n-1] - 4\delta[n-2] + 2\delta[n-3]$.

2B) **VAIHTOEHTO B.** Automaattinen puheentunnistus.

3) (6p, **VAIN TENTTI**) Tutkitaan kolmen LTI-järjestelmän sarjaankytkentää kuvassa 5. Tiedetään, että

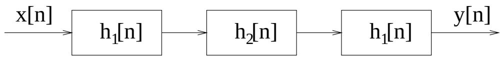
$$\begin{aligned} h_1[n] &= \delta[n-1] - \delta[n-2] \\ h_2[n] &= \delta[n+1] - 2\delta[n] + \delta[n-1] \end{aligned}$$

a) Mikä on koko suotimen $h[n]$ impulssivaste? Muista näyttää tarvittavat välivaiheet!

b) Kun ulostulona järjestelmästä $h[n]$ on sekvenssi

$$y[n] = 2\delta[n+1] - 8\delta[n] + 11\delta[n-1] - 4\delta[n-2] - 4\delta[n-3] + 4\delta[n-4] - \delta[n-5]$$

niin mikä on ollut syöte $x[n]$?



Kuva 5: Tehtävän 3 kaskaadikytkentä.

4) (6p, **VAIN TENTTI**) Olkoon tutkittavana digitaalinen LTI-suodin, jonka taajuusvaste on

$$H(e^{j\omega}) = \frac{1 - 1.8e^{-j\omega} + 0.82e^{-2j\omega}}{1 + 0.9e^{-j\omega}}$$

a) Perustele, onko suodin FIR vai IIR.

b) Esitä suotimen napanollakuvaaja.

c) Hahmottele suotimen magnitudivaste. Onko kyseessä alipäästö / ylipäästö / kaistanpäästö / kaistanesto / kokopäästö (”allpass”)?

d) Kirjoita suotimen differenssiyhtälö.

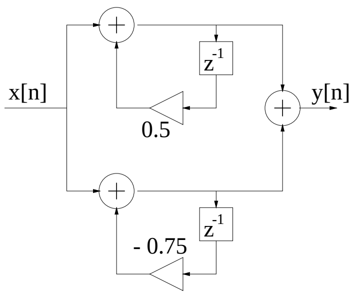
e) Perustele, onko suodin kausaalinen vai ei.

f) Kerro tai piirrä yksi ja vain yksi joku muu olennainen asia analysoitavasta suotimesta.

5) (6p, **VAIN TENTTI**) Tutkitaan LTI-suodinta kuvassa 6.

a) Määrää suotimen siirtofunktio $H(z)$.

b) Piirrä suotimen rakenne suora muoto I (“direct form I”) ja suora muoto II (“direct form II”) -esityksinä.



Kuva 6: Tehtävä 5, suodin $H(z)$

6) (6p, **VAIN TENTTI**) Tunnetaan analoginen 1. asteen Butterworth-tyyppisen ylipäästösuotimen siirtofunktio rajataajuudella Ω_c:

$$H(s) = \frac{s}{s + \Omega_c}$$

Muodosta digitaalinen 1. asteen Butterworth-tyyppinen digitaalinen ylipäästösuodin $H(z)$ bilineaarimuunnoksella, kun suotimen rajataajuus on $f_c = 4000$ Hz ja näytteenottotaajuus $f_T = 10000$ Hz. Käytä taajuuden vääristymän korjausta (“prewarping”). Lausu suotimen siirtofunktio muodossa

$$H(z) = K \cdot \frac{1 + b_1 z^{-1} + \ldots + b_M z^{-M}}{1 + a_1 z^{-1} + \ldots + a_N z^{-N}}$$

7) (6p, **VAIN TENTTI**) Kuvassa 7 suotimen sisääntuloon tulevien arvojen bittimäärä on B. Kertolaskujen jälkeen määrä on $2B$. Jotta ulostulo saadaan jälleen B:n bitin suuruiseksi, joudutaan arvoa $w[n]$ kvantisoimaan (lohko Q).

Kvantisointivirhettä voidaan kompensoida ns. virheen takaisinkytkennän (“error feedback”, ”error-shaping filter”) avulla. Kuvassa 7 on toisen asteen suodin, jossa mukana on toisen asteen virheen takaisinkytkentä.

Kirjoita ensin differenssiyhtälöt $e[n]$:lle ja $w[n]$:lle, ja kirjoita sitten taajuustasossa kvantisoitu ulostulo $Y(z)$ sisääntulon $X(z)$, sisääntuloa muokkaavan osan $H_x(z)$, kvantisointikohinan $E(z)$ ja kvantisointikohinaa muokkaavan osan $H_e(z)$ avulla muodossa

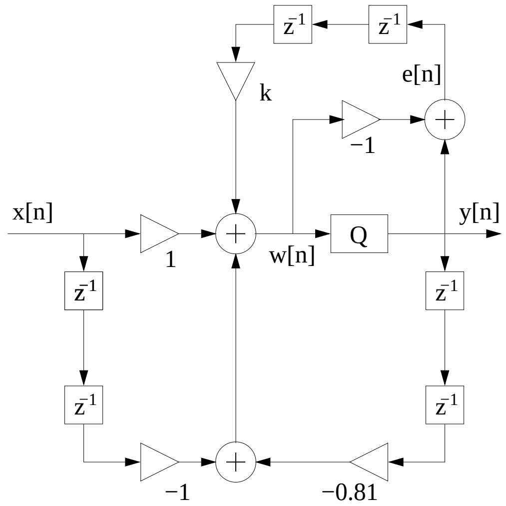
$$Y(z) = H_x(z)X(z) + H_e(z)E(z)$$

ja vastaa

a) kuinka suodin käyttäytyy, kun käytössä äärettömän pitkä sananpituus, ts. kvantisointia ei tapahdu ja $e[n] \equiv 0, \forall n$.

b) kuinka kohinan kokonaisspektri $E_{tot}(z) = H_e(z)E(z)$ muokkautuu, jos kompensointia ei käytetä, ts. $k = 0$, ja jos $e[n]$ on valkoista kohinaa eli että $E(z) = 1$ kaikilla taajuuksilla.

c) millä mahdollisimman yksinkertaisella k:n arvolla kohina saadaan siirrettyä varsinaisen suotimen estokaistalle, jossa sen merkitys on vähäisempi.



Kuva 7: Tehtävä 7. Toisen asteen suodin, jossa toisen asteen virheen takaisinkytkentä.

8) (1p, **VÄLIKOE JA TENTTI**)

Vastaa kaksiosaiseen kurssipalautteeseen ke 6.5. - ma 18.5.2009, jonne on linkit kurssin WWW-pääsivulta. Toinen kyselyistä on tietotekniikan tutkinto-ohjelman yleinen kurssilomake ja toinen tarkentavia kysymyksiä sisältävä.

Kysely kuuluu osana välikoesuoritukseen ja sen arvo on +1 pistettä. Myös tenttiin osallistujat saavat +1 pistettä kyselyyn osallistumisesta.