

# Tik-61.146 Signaalien digitaalisen käsittelyn perusteet

## Tentti ja rästivälikoe 11.12.1998

1. välikokeen tehtävät: 1,2,3,4

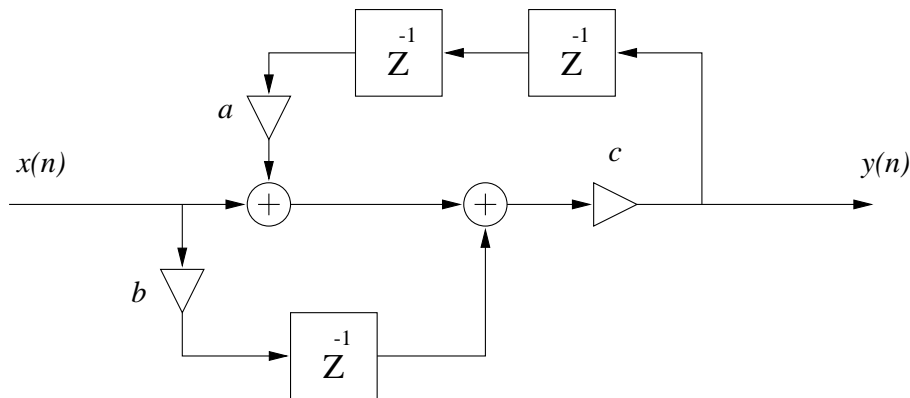
2. välikokeen tehtävät: 5,6,7,8

Tenttitehtävät: 2,4,5,6,7

*Huom! Merkitse paperiin, minkä kokeen suoritat. Voit suorittaa vain yhden kolmesta kokeesta.*

1. (6p) Ovatko seuraavat väittämät oikein vai väärin? (Oikea vastaus: +1p, ei vastausta 0p, väärä vastaus: -1p. Tehtävän minimipistemäärä on kuitenkin nolla.)
  - (a) kertolasku taajuustasossa vastaa konvoluutiota aikatasossa
  - (b) kausaalinen suodin on stabiili vain, jos sen nollat ovat yksikköympyrän sisäpuolella
  - (c) stabiilit suotimet ovat aina kausaalisia
  - (d) jos  $f_s$  on näytteenottotaajuus, välillä  $f_s/2 \dots f_s$  olevat taajuudet laskostuvat välille  $0 \dots f_s/2$
  - (e) diskreetti Fourier-muunnos vastaa z-muunnosta z-tason imaginaariakselilla
  - (f) FIR-suotimen toteutuksessa ei voi olla takaisinkytkentää (rekursiota), sillä silloin suotimen impulssivaste ei olisi rajallisen pituinen.

2. (6p) Kuvassa 1 on erään kausaalisen suotimen virtauskaavio. Suotimen parametriarvot ovat  $a=-1/16$ ,  $b=-1$  ja  $c=1$ .



Kuva 1: Suotimen virtauskaavio.

- (a) Määritä systeemin toimintaa kuvaava differenssiyhtälö sekä siirtofunktio.
- (b) Laske systeemin navat ja nollat ja piirrä systeemin napa-nolla -kuvio. Onko systeemi stabiili?
- (c) Laske ja hahmottele systeemin taajuusvasteen itseisarvo. Millä taajuudella saavutetaan vahvistuksen minimi? Minkä tyyppinen suodin on kyseessä?
- (d) Voidaanko kertoimen  $c$  arvoa muuttamalla vaikuttaa systeemin stabiilisuuteen? Perustele vastauksesi.

3. (6p) Ovatko seuraavat systeemit lineaarisia, aikainvariantteja ja/tai kausaalisia? Systeemit on määritelty joko differenssiyhtälön (input/output-relaatio tulosekvenssin  $x(n)$  ja lähtösekvenssin  $y(n)$  välillä) tai impulssivasteen  $h(n)$  avulla. Perustele vastauksesi.

(a)  $y(n) = nx(n)$

(b)  $y(n) = x(n) + n$

(c)  $h(n) = 1/3[\delta(n-1) + \delta(n) + \delta(n+1)]$

4. (6p) Tarkastellaan seuraavia kahta systeemiä.

Systeemistä 1 tunnetaan impulssivaste  $h_1(n)$  ( $u(n)$  on askelfunktio):

$$h_1(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} u(n).$$

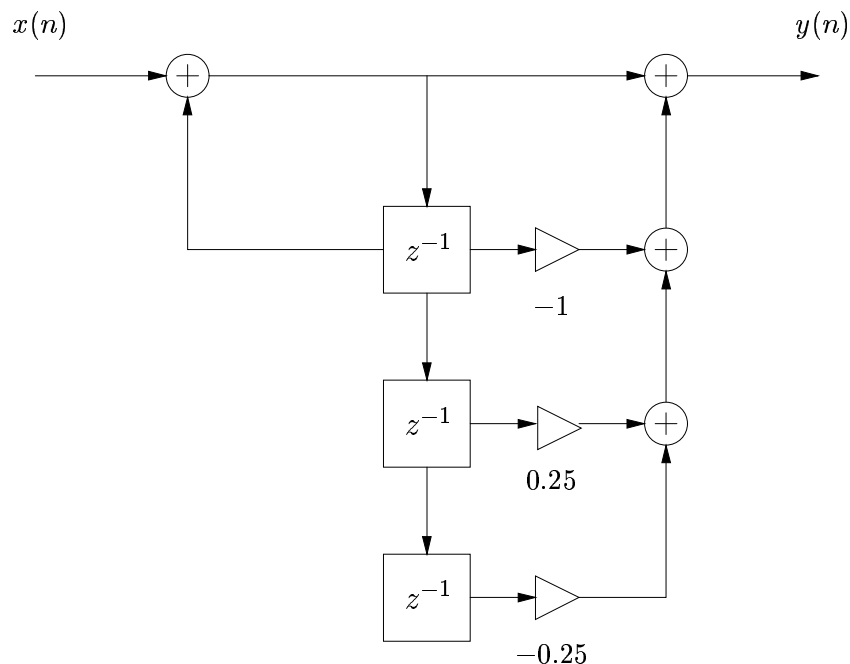
Systeemistä 2 tunnetaan siirtofunktio  $H_2(z)$ :

$$H_2(z) = \frac{4}{2 - z^{-1}}, \quad |z| < \frac{1}{2}.$$

Vastaa perustellen, onko systeemeistä jompi kumpi ekvivalentti sellaisen kausaalisen systeemin kanssa, jonka siirtofunktio on

$$H(z) = \frac{2}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}}.$$

5. (6p) Ovatko seuraavat väittämät oikein vai väärin? (Oikea vastaus: +1p, ei vastausta 0p, väärä vastaus: -1p. Tehtävän minimipistemäärä on kuitenkin nolla.)
- FIR-suotimilla on aina lineaarinen vaihevast.
  - Elliptisellä IIR-suotimella on jyrkempi transitiokaista verrattuna muilla menetelmillä suunniteltuihin samanasteisiin IIR-suotimiin.
  - Ylivuotojen estäminen signaalia skaalaamalla parantaa samalla signaali-pyöristysvirhekohtina suhdetta suotimessa.
  - Bilineaarimuunnos aiheuttaa analogisen suotimen taajuusvasteen itseisarvon laskostumista suodinta digitalisoitaessa.
  - Kaskadiin kytkettyjen FIR- ja IIR-suotimien yhdistelmä on aina epästabiili.
  - Hanning-ikkunalla saadaan spektrianalyysissä suorakulmaiseen ikkunaan verrattuna parempi sivukupujen vaimennus ja kapeampi pääkupu.
6. (6p) Kuvassa 2 on esitettyä erään suotimen rakennekaavio.
- Määrä kuvaa vastaavan suotimen siirtofunktio  $H(z)$ . Mikä on siirtofunktion asteluku?
  - Onko suodin IIR- vai FIR-tyyppinen? Perustele.
  - Laske suotimen navat ja nollat sekä piirrä napa-nolla -kuviota  $z$ -tasoon. Hahmottele amplitudivaste.
  - Esitä suotimen toteutus mahdollisimman yksinkertaisessa muodossa. Piirrä virtauskaavio.



Kuva 2: Suodinrakenne.

7. (6p) Tarkastellaan suodinta, jonka tulo/lähtöriippuvuuden määrittelee differenssiyhtälö

$$y(n) = x(n) + ay(n-1), \quad a = 0.5.$$

- (a) Laske suotimen impulssivaste. Onko suodin stabiili?
- (b) Tutkitaan suotimen impulssivastetta neljän bitin (merkkibitti ja kolme bittiä) laskentatarkkuudella pyöristävällä aritmetiikalla. Kertolaskutulokset pyöristetään siten, että kolme vähiten merkitsevää bittiä pudotetaan pois, ja ensimmäisen pois jäävän bitin ollessa 1 lisätään vähiten merkitsevään bittiin 1. Oletetaan, että luvut on skaalattu itseisarvoltaan ykköstä pienemmiksi. Esim.  $\delta(0) = (0.111)_2 = 7/8$  (suurin positiivinen luku) ja  $a = 0.5 = (0.100)_2 = 1/2$ .
- (c) Tutki tarkastelemalla b-kohdan impulssivastetta, onko suodin stabiili. Perustele vastauksesi.
- (d) Onko b-kohdan suodin lineaarinen? Perustele vastauksesi.

8. (6p) Halutaan laskea diskreettiaikaisen signaalin  $x(n)$  näytteenottotaajuus kahteen kolmasosaan alkuperäisestä näytteenottotaajuudesta  $\omega_s$ . Kiinnostava kaista (kaistarajoitettu signaali) on välillä  $[0, \frac{\omega_s}{4}]$  Hahmottele tarvittava systeemi. Määrää laskostumisen leikkaavan suotimen (aliasing suppression filter) estokaistan rajataajuus  $\omega_r$ .