Tik-61.246 Digitaalinen signaalinkäsittely ja suodatus

1. välikoe 28.10.2000 klo 10-13. Päärakennus/T-talo.
Välikokeessa saa olla oma taulukkokirja ja (graafinen) laskin. Laskimen muistiin ei saa tallettaa omia muistiinpanoja. Muuten noudatetaan lauantaitentistä annettuja sääntöjä.

1. (2p) Tutki, ovatko alla annetut sekvenssit jaksollisia. Ilmoita myös jaksollisten sekvenssien perusjakson pituus N.

   a) $x_1[n] = 3\,cos(\frac{8}{31}n + \frac{1}{2}\pi)$

   b) $x_2[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty}(\delta[n-1-4k] - 2\delta[n+1-4k])$

2. (4p) Erääseen lineaariseen, siirtoinvarianttiin, stabiiliin ja kausaaliseen diskreettiin järjestelmään syötettiin $x[n]$, ja ulostulona saatiin signaali $y[n]$ seuraavasti:

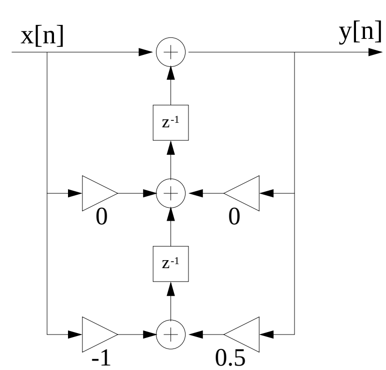
n	$x[n]$	$y[n]$
0	1	2
1	-2	1
2	0	?
3	1	?
4	2	?

   a) Määritä $x[n]$:n ja $y[n]$:n avulla järjestelmän impulssivaste $h[n]$, kun tiedetään, että järjestelmän alkuarvot ovat nollia ja että se on muotoa ($a,\ b,\ c$ ja d vakioita):

$$h[n] = \begin{cases} a, & \text{kun } n < 0 \\ b, & \text{kun } n = 0 \\ c, & \text{kun } n = 1 \\ d, & \text{kun } n > 1 \end{cases}$$

   b) Laske taulukosta puuttuvat $y[n]$:n arvot.
   (Konvoluutio $y[n] = h[n] * x[n] = x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k]$)

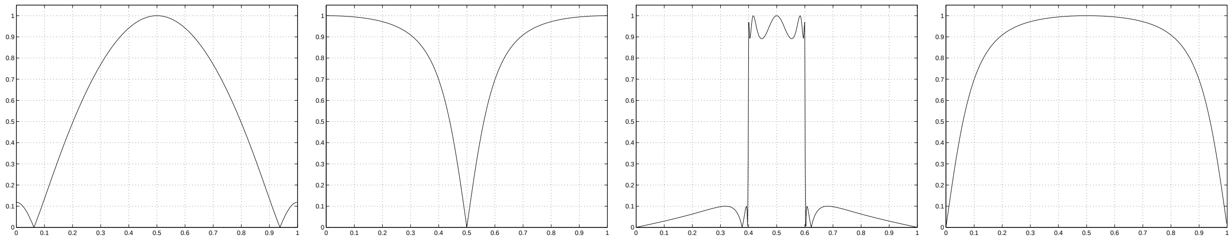
3. (6p) Tarkastellaan kuvan 1 mukaista suodinta.



Kuva 1: Tehtävän 3 rakennekaavio

   a) Määrää suotimen differenssiyhtälö ja siirtofunktio $H(z)$. (Vihje: $ax[n-n_0] \leftrightarrow az^{-n_0}X(z)$, $H(z) = Y(z)/X(z)$)

   b) Laske ja piirrä suotimen napa-nolla-kuvio.



i) *ii)* *iii)* *iv)*

Kuva 2: Tehtävän 3c vaihtoehdot suotimen amplitudivasteeksi

c) Valitse sopivin amplitudivaste kuvasta 2. Kuvaajassa taajuusakseli on $0..f_s/2$ (puoli näytteenottotaajuutta) ja amplitudiakseli on skaalattu välille 0..1. Minkälainen suodatin on kyseessä: FIR/IIR, ali/yli/kaistanpäästö/kaistanesto?

d) Esitä $H(z)$ kahden lohkon yhdistelmänä seuraavasti (ei yksikäsitteinen)

$$H(z) = H_1(z)H_2(z),$$

missä $H_1(z)$ ja $H_2(z)$ ovat ensimmäisen asteen siirtofunktioita (yksi nolla ja yksi napa). Määrää $H_1(z)$:n ja $H_2(z)$:n siirtofunktiot ja hahmottele molemmista amplitudivasteet.

4. (6p) Olkoon annettuna signaali

$$x(t) = 3\cos(2\pi f_1 t) + \cos(2\pi f_2 t) + 2\cos(2\pi f_3 t) \ ,$$

missä $f_1 = 4$ kHz, $f_2 = 6$ kHz ja $f_3 = 14$ kHz.

a) Määrää signaalin $x(t)$:n perusjakson pituus T.

b) Esitä signaalin $x(t)$ spektrin itseisarvo (magnitude spectrum) $|X(j\omega)|$ taajuusalueelta $-20\ldots20$ kHz.

c) Näytteistä signaali $x(t)$ näytteenottotaajuudella $f_s = 10$ kHz ja piirrä saadun diskreetin sekvenssin $x[n]$ spektrin itseisarvo $|X(e^{j\omega})|$ välillä $-20\ldots20$ kHz.

d) Käytä ideaalista alipäästösuodinta

$$H(j\omega) = \begin{cases} 1, & |f| < 9\text{kHz} \\ 0, & |f| \geq 9\text{kHz} \end{cases}$$

ja suodata $X_2(j\omega) = H(j\omega)X(j\omega)$. Hahmottele spektrin itseisarvo $|X_2(j\omega)|$ välillä $-20\ldots20$ kHz.

e) Näytteistä suodatettu signaali $x_2(t)$ näytteenottotaajuudella $f_s = 10$ kHz ja piirrä saadun diskreetin sekvenssin $x_2[n]$ spektrin itseisarvo $|X_2(e^{j\omega})|$ välillä $-20\ldots20$ kHz.