

Tentti / välikoe 18.12.2000 klo 12-15. Salit B ja C.

Tentissä saa olla oma taulukkokirja ja (graafinen) laskin. Laskimen muistiin ei saa tallettaa omia muistiinpanoja.

**Merkitse paperiin, suoritatko 1. tai 2. välikokeen vai tentin.**

- Tehtävät:**
- 1. välikoe: 1, 2, 3 ja 4**
  - 2. välikoe: 5, 6 ja 7**
  - tentti: 3, 4, 5, 6 ja 7**

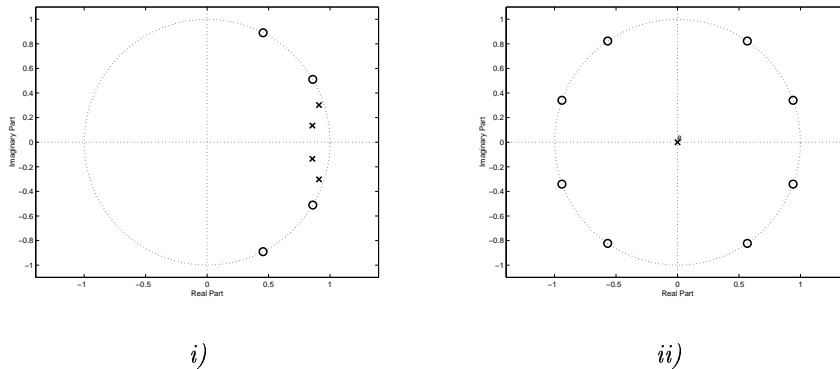
1. (3p) Ovatko seuraavat suodattimet 1) lineaarisia, 2) siirtoinvariantteja, 3) kausaalisia, 4) stabiileja? Perustele lyhyesti sanallisesti tai matemaattisesti.

a)  $y[n] = x[n + 1] + x[n - 1] - 2$

b)  $y[n] = 3x[3n]$

c)  $y[n] = x[n] + 2y[n - 1]y[n - 2]$

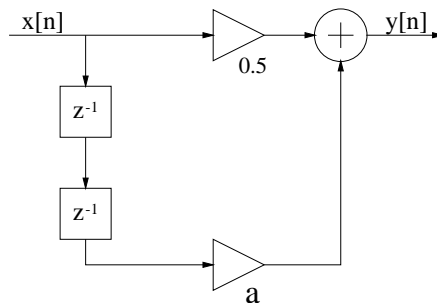
2. (3p) Kuvassa 1 on esitetty kahden LTI-järjestelmän napa-nollakuviot. Hahmottele kuvioita vastaavat amplitudivasteet. Ovatko suotimet FIR- vai IIR-tyyppisiä? Mitkä ovat suotimien asteluvut?



Kuva 1: Tehtävän 2 napa-nolla-kuviot.

3. (6p) Kuvassa 2 on annettu erään LTI-järjestelmän rakennekaavio. Kerroin  $a$  on äärellinen vakiokerroin.

- a) Etsi suotimen impulssivaste  $h[n]$ .
- b) Millä  $a$ :n arvoilla suodin on stabiili?
- c) Olkoon  $x[n] = \cos(\frac{\pi}{2} n)\mu[n]$ . Määritä kerroin  $a$  siten, että syötteellä  $x[n]$  suotimen ulostulo  $y[n]$  on nolla, kun  $n > 1$ .



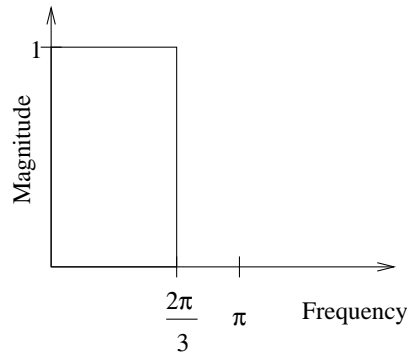
Kuva 2: Tehtävän 3 rakennekaavio.

4. (6p) Tarkastellaan analogista signaalia

$$x(t) = 2 \cos(8\pi f_0 t) + 4 \cos(20\pi f_0 t) + 5 \cos(26\pi f_0 t) + 3 \cos(32\pi f_0 t) ,$$

missä  $f_0 = 0.5$  kHz. Tehtävässä käytetty näytteenottotaajuus  $f_T$  on 6 kHz.

- Mikä on signaalin  $x(t)$  perusjakson pituus  $T$ ?
- Piirrä  $x(t)$ :tä näytteistämällä saadun signaalin spektri kaistalla  $0 \dots 3$  kHz.
- Oletetaan, että kiinnostavat spektrin komponentit löytyvät taajuuskaistalta  $6 \dots 9$  kHz. Pelkästään ko. kaistan spektrikomponentit halutaan tallettaa myöhempää tarkastelua varten digitaaliseen signaaliin kaistalle  $0 \dots 3$  kHz. Miten tämä on toteutettavissa?



Kuva 3: Tehtävän 5 ideaalinen alipäästösuodin.

5. (6p)

- Suunnittele FIR-tyyppinen alipäästösuodin kuvan 3 perusteella. Valitse asteluvuksi 4 ( $M = 2$ ). Käytä katkaistuun Fourier-muunnokseen perustuvaa menetelmää (suorakaideikkuna).
- Tee vastaava suodin käyttäen Hamming-ikkunafunktiota  $w_h[n]$ :

$$w_h[n] = 0.54 + 0.46 \cos\left(\frac{2\pi n}{2M+1}\right) , \quad -M \leq n \leq M$$

- Selvitä sanallisesti, miten a) ja b) -kohtien suodattimien taajuusvasteet eroavat toisistaan, olettaen että suotimen asteluku on riittävän suuri (esim. 50).

Vinkkejä:

Fourier-käänteismuunnos:

$$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(j\omega) e^{j\omega n} d\omega$$

Hyödyllinen integraali:

$$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-a}^a e^{j\omega n} d\omega = \frac{\sin(an)}{n\pi}$$

6. (6p) Tarkastellaan toisen asteen digitaalista IIR-suotinta, jonka siirtofunktio on

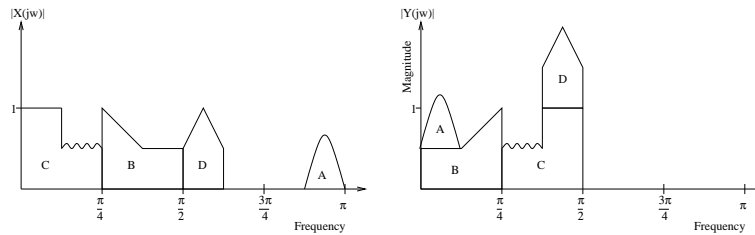
$$H(z) = \frac{1}{1 + 2a_1z^{-1} + a_2z^{-2}}$$

Piirrä systeemin napojen  $(p_1, p_2)$  mahdolliset sijainnit, kun reaaliset kertoimet  $a_1$  ja  $a_2$  kvantisoidaan kolmeen bittiin käyttäen itseisarvo-etumerkkiesitystä. Tällöin siis esitettävissä olevat luvut ovat  $-\frac{3}{4}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ . Miten kvantisointi vaikuttaa suotimen toteutukseen eri taajuuksilla?

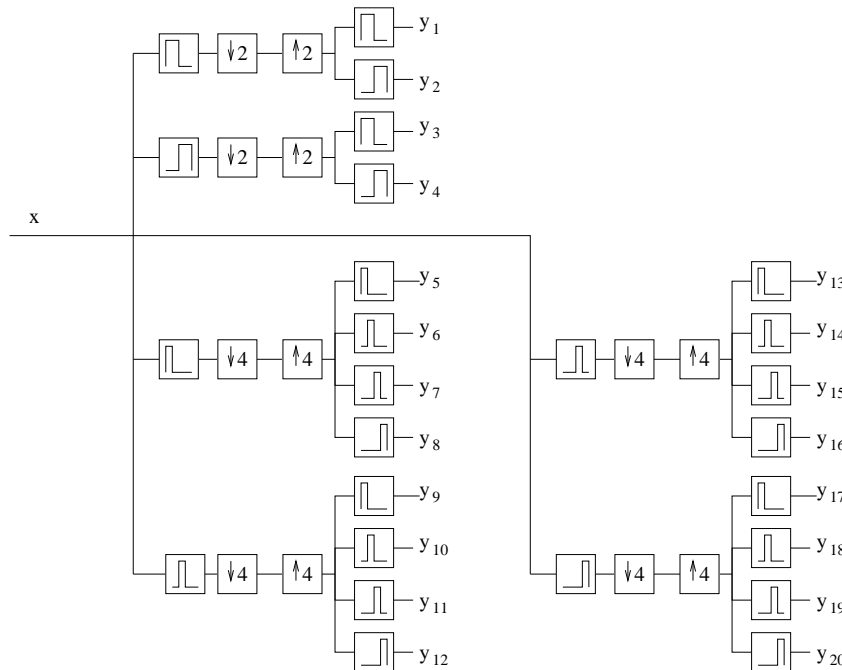
Huomaa, että reaalikertoimisen suotimen kompleksiset navat ovat kompleksikonjugaatteja  $(p_1 = re^{j\theta}, p_2 = p_1^* = re^{-j\theta})$ .

7. (6p) Mitkä kuvan 5 systeemin ulostulot pitää summata, jotta kuvassa 4 esitetyn sisään-tulosignaalin spektristä  $X(j\omega)$  saataisiin annetun ulostulosignaalin  $Y(j\omega)$  kaltainen? Piirrä signaalin spektri kunkin käyttämäsi ulostulon kohdalla. Käytössäsi on siis up- ja downsamplingeitä sekä ideaalisia suodattimia. Suodattimet valitsevat joko puolet taajuusalueesta (esim.  $[0, \frac{\pi}{2}]$ ) tai neljäsosan (esim.  $[\frac{3\pi}{4}, \pi]$ ). Oletetaan, että downsamplingeistä johtuvat tehonhäviöt on normalisoitu ulostulosignaaleissa.

Vinkki: Ulostulojen tarkastelu kannattaa aloittaa signaaleista  $y_1 - y_4$  ja tämän jälkeen täyttää puuttuvat spektrin komponentit sopivilla signaaleilla joukosta  $y_5 - y_{20}$ .



Kuva 4: Tehtävän 7 sisään- ja ulostulosignaalien spektrit.



Kuva 5: Tehtävän 7 systeemi.