

# T-61.246 Digitaalinen signaalinkäsittely ja suodatus

Tentti / 2. välikoe 10.12.2003 klo 9-12. Salit A, B ja C.

Jos teet 2. välikokeen, vastaa kysymyksiin 3, 4, 5, 6.

Jos teet tentin, vastaa kysymyksiin 1, 2, 3, 5, 6.

**Merkitse paperiin, suoritatko 2. välikokeen vai tentin.**

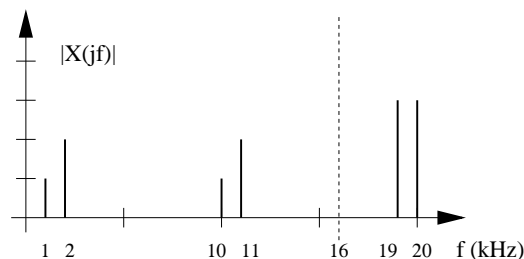
Välikokeessa/Tentissä saa olla oma (graafinen) laskin. Laskimen muistiin ei saa tallettaa omia muistiinpanoja.

Omaa taulukkokirjaa voi käyttää; tilaisuudessa jaetaan kaavakokoelma. **Kirjoita tarvittavat välivaiheet.**

- (6p, TENTTI) Ovatko seuraavat väittämät oikein (O) vai väärin (V)? Oikea vastaus +1p, väärä -0.5p, ei vastausta 0p. Perusteluja ei tarvita. Tehtävän kokonaispistemäärä on 0-6p.
  - Sekvenssi  $x[n] = -\cos((17\pi)n + \pi/6)$  ei ole jaksollinen.
  - Sekvenssien  $x[n] = \delta[n] + \delta[n-1] + \delta[n-2]$  ja  $h[n] = \delta[n] + \delta[n-1] + 10\delta[n-2]$  konvoluutio on  $y[n] = \delta[n] + 2\delta[n-1] + 12\delta[n-2] - 11\delta[n-3] - 1\delta[n-4]$ .
  - Erään ylipäästösuoitimen (monotoninen päästökaista) siirtofunktio on  $H(z) = K \cdot (1 - 0.8z^{-1}) / (1 + 0.8z^{-1})$ . Väite: Suoitimen maksimi on skaalattu ykköseen, kun  $K = 1/9$ .
  - Impulssi-invarianttimenetelmässä digitaalisen suoitimen impulssivaste  $h[n]$  saadaan näytteistämällä analogisen suoitimen impulssivastetta  $h(t)$ .
  - Analogisesta suoitimesta  $H(s) = 10/(s + 10)$  bilineaarimuunnoksella saadun digitaalisen suoitimen nolla on kohdassa  $z = -1$  ja napa yksikköympyrän sisällä.
  - FFT-algoritmin laskutoimitusten määrä (yleinen kompleksisuus) on  $O(N \log_2 N)$  ja DFT:ssä  $O(N^2)$ . Väite: Kun muunnettavan sekvenssin pituus on  $N = 1024 = 2^{10}$ , niin FFT on yli 500 kertaa tehokkaampi kuin DFT yleisillä kompleksisuuksilla laskettuna.
- (6p, TENTTI) Neljä ensimmäisen asteen suodinta  $H_1(z) = 1/(1 - 0.7z^{-1})$ ,  $H_2(z) = 1/(1 + 0.7z^{-1})$ ,  $H_3(z) = 1/(1 - 0.8jz^{-1})$ , ja  $H_4(z) = 1/(1 + 0.8jz^{-1})$  on asetettu kaskaadiin, jolloin saadaan suodin

$$H(z) = K \cdot H_1(z) \cdot H_2(z) \cdot H_3(z) \cdot H_4(z)$$

- Piirrä suoitimen  $H(z)$  napanollakuvio.
  - Hahmottele amplitudivaste  $|H(e^{j\omega})|$  siten, että sen maksimiarvo on yksi.
  - Määrä kerroin  $K$  niin, että amplitudivasteen maksimi on yksi. Vinkki: Etsi kulmataajuus  $\omega_{max}$  ja sijoita  $z = e^{j\omega_{max}}$  yhtälöön  $|H(z)| = 1$ .
  - Mikä on suoitimen  $H(z)$  differenssiyhtälö  $x[n]$  ja  $y[n]$  avulla ilmaistuna?
- (6p, VK2, TENTTI) Tutkitaan jatkuva-aikaista reaalista signaalia  $x(t)$ , jonka spektri  $|X(j\omega)|$  on annettu kuvassa 1. Spektrissä on positiivisilla taajuuksilla kuusi komponenttia (taajuudet kuvassa). Signaalin vaiheinformaatio on nolla läpi tehtävän.



Kuva 1: Spektri  $|X(j\omega)|$  tehtävässä 3. Komponentit taajuuksilla  $f_i$ : 1, 2, 10, 11, 19, 20 kHz.

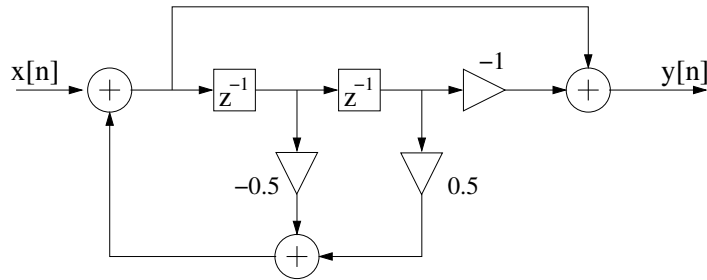
- Signaali  $x(t)$  on jaksollinen. Mikä on sen perustaajuus  $f_0$ ?
- Näytteistetään signaalia taajuudella  $f_s = 16$  kHz. Hahmottele diskreetin sekvenssin spektri  $|X(e^{j\omega})|$  välillä  $0 \dots f_s/2$ .
- Käytä ideaalista alipäästösuoitinta (anti-aliasing)

$$H(j\omega) = \begin{cases} 1, & |f| < 8\text{kHz} \\ 0, & |f| \geq 8\text{kHz} \end{cases}$$

ja suodata  $X_2(j\omega) = H(j\omega)X(j\omega)$ . Hahmottele spektrin itseisarvo  $|X_2(j\omega)|$  välillä  $-30 \dots 30$  kHz.

d) Näytteistetään signaalia  $x_2(t)$  samalla näytteenottotaajuudella  $f_s = 16$  kHz, minkä jälkeen diskreetti-  
aikainen signaali palautetaan ideaalisesti takaisin jatkuvaksi  $x_r(t)$ . Kirjoita  $x_r(t)$  kosinifunktioiden  
avulla  $x_r(t) = \sum_i A_i \cos(2\pi f_i t)$ .

4. (6p, VK2) Tutki alla olevaa kuvan 2 suotimen lohkokaavioesitystä.



Kuva 2: Tehtävän 4 lohkokaavio

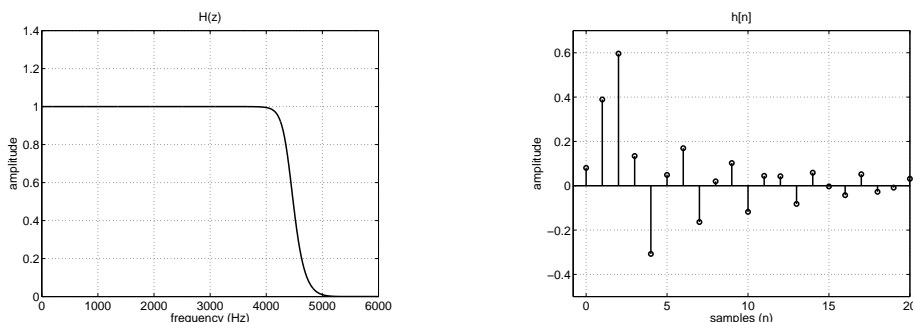
- Mikä on suotimen siirtofunktio yksinkertaisimmassa muodossaan?
- Laske suotimen navat ja nollat. Piirrä napanollakuvio. Onko kuvan toteutus kanoninen?
- Laske suotimen askelvaste  $s[n]$ , siis vaste, kun syötteenä on askelfunktio  $\mu[n]$ ? Mitä on  $s[10]$ ? Mitä arvoa  $s[n]$  lähestyy, kun  $n \rightarrow \infty$ ?

5. (6p, VK2, TENTTI)

- Piirrä ideaalisuotimen taajuusvaste  $H_{ideal}(e^{j\omega})$ , kun halutaan alipäästösuodin, jonka rajakulmataajuus on  $\omega_c = 3\pi/5$ .
- Laske kyseisen ideaalisen suotimen impulssivaste  $h_{ideal}[n]$ . Anna sen arvot, kun  $n = -2 \dots 2$ . Vinkki: Käänteismuunna, jolloin saat ei-kausaalisen äärettömän pitkän impulssivasteen, joka on sinc-funktio.
- Laske FIR-suodin ikkunamenetelmällä käyttäen suorakulmaista ikkunaa, jonka pituus on 5 ( $M = 2$ )  $w_s[n] = 1, \quad -M \leq n \leq M$ . Mikä on FIR-suotimen asteluku?
- Tee kuten edellisessä kohdassa, mutta käytä suorakulmaisen ikkunan sijasta Hann-ikkunaa

$$w_h[n] = 0.5 \cdot \left( 1 + \cos\left(\frac{2\pi n}{2M}\right) \right), \quad -M \leq n \leq M$$

6. (6p, VK2, TENTTI) Olkoon käytössä kausaalinen alipäästösuodin  $H(z)$ , jonka päästökaista loppuu 4 kHz:iin, estokaista alkaa 5 kHz:sta ja näytteenottotaajuus on 12 kHz. Suotimen amplitudivaste on kuvassa 3(a) ja impulssivasteen  $h[n]$  alku kuvassa 3(b). Halutaan muokata suodinta niin, että se voi käsitellä DAT-nauhoituksia 48 kHz:n näytteenottotaajuudella.



Kuva 3: Tehtävä 6: (a) Vasemmalla  $|H(e^{j\omega})|$ , (b) oikealla  $h[n]$ .

- Kasvata suotimen näytteenottotaajuutta tekijällä  $L = 4$ . Piirrä saadun suotimen  $H(z^4)$  amplitudivaste välillä  $0 \dots 24$  kHz ja impulssivasteen  $h[n/4]$  ensimmäiset kymmenen arvoja.
- Mikä toimenpide pitää vielä suorittaa, jotta  $H(z^4)$  toimisi alipäästösuotimen tavoin alkuperäisten rajataajuuksien mukaisesti?