

## T-61.140 Signaalinkäsittelyjärjestelmät

Kevät 2005

### Pakolliset ja lisäpistelaskarit

HUOM! Kurssi luennoidaan todennäköisesti viimeistä kertaa keväällä 2005! Kurssin tenttejä järjestetään toukokuuhun 2006 asti. Korvaava kurssi "T-61.XXXX Datasta tietoon".

Kurssin voi suorittaa keväällä 2005 joko tentillä, välikokeilla tai portfoliosuorituksilla. Laskarit eivät ole pakollisia välikoe- tai tenttisuoritukseen, eikä niistä saa lisäpisteitä kyseisiin suorituksiin. Sen sijaan portfoliosuoritukseen liittyy pakollisia tehtäviä. Tässä nipussa on kevään 2005 portfoliosuoritukseen tulevat tehtävät. Ne jakaantuvat kahteen sarjaan:

- jokaisen portfoliosuorituksen tekemisen tulee tehdä **kaikki pakolliset (P)**
- lisäpistetehtävillä voi portfolioissa korottaa arvosanaa alla olevan taulukon mukaisesti

Arvosana	Pakolliset	Lisäpisteet	Demot	Luennot	Termit	Portfolio	Palaute
1	kaikki	0-14	≥ 2	≥ 8	0	välttävä portfolio	1
2	kaikki	15-29	≥ 3	≥ 9	0	välttävä portfolio	1
3	kaikki	30-49	≥ 4	≥ 10	≥ 50%	välttävä portfolio	1
4	kaikki	50-69	≥ 4	≥ 10	≥ 70%	hyvä portfolio	1
5	kaikki	≥ 70	≥ 5	≥ 10	≥ 90%	hyvä portfolio	1

"Pakolliset ja lisäpisteet" viittavat tämän nipun paperille (pääosin) käsin laskettaviin tehtäviin. Pakollisia yht. 18 tehtävää ja lisäpisteitä ainakin 82p. Tilaisuuksissa ei ole läsnäolopakkoa. Ota laskaritilaisuuksiin (G-sali) mukaan myös nippu "Esimerkkitehtäviä 2005", koska niitä demotaan. Taskulaskinkin on hyvä pitää mukana.

"Demot" viittavat tietokoneharjoituksiin ja excursioihin (yht. 6 kpl), joihin voi liittyä läsnäolon lisäksi pieniä lisätehtäviä. Läsnäolojen vähimmäismäärä verrattuna arvosanaan on taulukossa ylhäällä.

"Luennot" viittaavat luentopäiväkirjoihin (luentoja yht. 12 kpl). Yksittäisen puuttuvan luennon voi korvata samasta aihepiiristä esitetyllä vähintään yhden sivun pituisella käsinkirjoitetulla tiivistelmällä. Luentojen vähimmäismäärä verrattuna arvosanaan on taulukossa ylhäällä.

"Termit" viittaa kurssin aihepiiristä annettavaan terminologialistaan ja sen täyttämiseen.

"Portfolio" viittaa selkeään ja siistiin oman oppimisen esittämiseen eli toisin sanoen, että huhtikuun lopussa tarkastettava portfolio on siisti, materiaali ryhmitelty hyvin. Ohjeita ja tehtäviä portfolioon kokoamiseen on tämän nipun lopussa. Huhtikuun tarkastustilaisuudesta lisää tietoa lähempänä ajankohtaa; se järjestetään mahdollisesti laskariaikoina viikolla 17 eli 25.-29.4.2005.

"Palaute" viittaa T-osaston sähköiseen kurssipalautejärjestelmään, joka kurssin osalta on auki huhtikuun loppupuolelta asti.

Portfoliosuorituksessa arvosanan saamiseen ei vaadita mitään välikoe- tai tenttisuoritusta. Välikokeessa tai tentissä käyntiä ei toisaalta myöskään rajoiteta. Suoritusmuotoja ei voi yhdistää keskenään, toisin sanoen vaikkapa kolmosen välikoesuoritus ei nosta portfolioa kolmosesta neloseen. Myöskään portfoliosuorituksen laskaripisteet eivät vaikuta välikokeisiin tai tenttiin.

### T-61.140 Portfoliosuorituksen pakollisia ja lisätehtäviä

Koodi **P** tarkoittaa kaikille pakollista tehtävää, muussa tapauksessa tehtävänannon alkuun on kirjoitettu tehtävästä saatava (maksimi) lisäpistemäärä. Koodi [**Txx**] viittaa kurssin esimerkkitehtävämateriaalin ("T-61.140 SKJ Esimerkkitehtäviä 2005") tehtävään **xx**.

Kunkin osion tehtävät tulee palauttaa annettuun päivämäärään mennessä. **Liitä päälle www-sivuilta saatava KANSILEHTI**, jossa myös nämä samat ohjeet:

- käytä selkeää käsialaa ja LYIJYKYNNÄÄ, yhdelle A4-paperille VAIN YKSI TEHTÄVÄ, jätä runsaasti tilaa MARGINAALILLE, kirjoita TEHTÄVÄNUMERO ISOLLA marginaaliin, nido paperit kansilehden jälkeen TEHTÄVÄJÄRJESTYKSESSÄ <sup>1</sup>
- kirjoita tarvittavat välivaiheet mukaan; pelkkä vastaus ei riitä
- korvaa tehtävissä olevat mahdolliset opiskelijakohtaiset vakiot **A, B, ...,** oikeilla numeroarvoilla
- tehtävissä mahdollisesti tarvittava Matlab-koodi ei käsin vaan tulostettuna paperille
- kunkin tehtävän alussa on maininta, kuinka monta pistettä siitä on mahdollisuus saada
- mahdollisesta yhteistyöstä ilmoitettava selkeästi; tehtävät tulee laskea itse, mutta tehtävistä keskustelu on sallittua ja suotavaakin
- kaikki lähdeviittaukset (kirjat, URL) kirjoitettava
- **ainoastaan tarkastetut laskariniput voi (ja pitää) sisällyttää portfolioon**

**HUOMAA, ETTÄ NIPUN LOPUSSA ON KERTAUSTEHTÄVIÄ SEKÄ OHJEITA PORTFOLION VIIMEISTELYYN! Näitä kannattaa tehdä kevään ajan eikä vain viimeisellä viikolla huhtikuussa.**

Ilmoita virheistä (niitä lienee mukana!) osoitteeseen [t61140@cis.hut.fi](mailto:t61140@cis.hut.fi). Korjauksia tulee newsseihin ryhmään [opinnot.tik.t61140](mailto:opinnot.tik.t61140).

<sup>1</sup>Kiitos ohjeiden huomioonottamisesta! Ne nopeuttavat suuresti tarkastustyötä: Lyijykynä + pyyhke + siistiä?; vain yksi tehtävä paperille, iso tehtävännumero ja järjestys: nopeuttavat tehtävän alun etsimistä huomattavasti.

**K1 24.1.-28.1.2005: Tietokonekaskarit, deadline ke 2.2.2005**

Tämä kuuluu "Demoihin". Assistentti demoaa tehtävät 1-4, demotehtävistä ei palautusta, mutta liitetään portfolioon.

Assistentti kirjaa läsnäolon. Jos ei ole paikalla, mutta haluaa suorittaa demotehtävät, tulee niiden suorittamisesta kirjoittaa kirjallinen raportti. (Ei suositella.)

Lisätehtäviä 1-3, joista mahdollisuus yhteensä 4 lisäpisteeseen. Lisätehtävät palautetaan.

**K2 31.1.-4.2.2005: Kompleksiluvut, jaksollisuus, deadline ke 9.2.2005**

G-salissa laskaritilaisuudessa demottavat tehtävät esimerkkitehtävämateriaalista: [T3, 5-8]. Portfolioon liittyvät pakolliset tehtävät 1-4. Lisäpistetehtävät 5-6, joista mahdollisuus yhteensä 2 lisäpisteeseen. **Pakolliset (P) ja lisäpistetehtävät:**

- P** [T1-4] Signaalinkäsittelyssä käytetään yleensä radiaaneja. Suorakulmainen koordinaattisto  $z = x + jy$ , polaarik.  $z = r e^{j\theta}$ . Eulerin kaava  $e^{j\omega} = \cos(\omega) + j \sin(\omega)$ . **Kertoimet:** A = opiskelijanumerosi (esim. 40389), B = kolme ens. numeroa (403), C = kolmas numero + 3 (3+3=6), D = toiseksi viim. numero + 2 (8+2=10).

- Mitä on B astetta radiaaneina väliltä  $-\pi < \theta \leq \pi$ ? Mitä on  $-\pi/C$  asteina väliltä  $-180 < \theta \leq 180$ ?
- Anna ne kaksi kulman arvoa radiaaneina väliltä  $-\pi < \theta \leq \pi$ , joilla sinin arvo on  $A/100000$ .
- Esitä kompleksiluku  $z = C + Dj$  polaarikoordinaatistossa. Piirrä kompleksitasoon.
- Esitä  $z = D e^{-j\pi}$  suorakulmaisessa koordinaatistossa. Piirrä kompleksitasoon.

- P** [T5] Laske kompleksiarvoisen funktion  $f(\omega) = 1 + 2 e^{j\omega}$  arvoja kohdissa  $\omega = \{0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4, \pi\}$ , ja hahmottele kuvaaja kompleksitasoon, kun  $\omega \in [0 \dots \pi]$ .

- P** [T6] Tulkitse sekvenssi  $x[n]$  numerojonona ja piirrä se.

$$x[n] = 3\delta[n-1] - \delta[n] + \delta[n+2]$$

- P** [T7-8] Etsi seuraaville lukujonoille  $x[n]$  (tai  $x(t)$ ) perusjaksot  $N_0$  ( $T_0$ )

- $x(t) = \cos(2\pi \cdot 3000t)$
- $x[n] = \cos((\pi/4)n)$
- $x[n] = 2 \cos(2\pi(5n/12)) - \sin(\pi(6n/8)) + \pi/9$

- (1p) [T8] Onko sekvenssi  $x[n] = \cos((\pi/8)n^2) + \sin((\pi/2)n)$  jaksollinen? Jos on, mikä on perusjakson pituus? (Vinkki: on jaksollinen.)

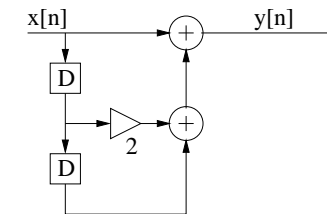
- (1p) [T5] Laske kompleksiarvoisen funktion  $f(\omega) = 1 - 2 e^{-j\omega} + e^{-j2\omega}$  arvoja kohdissa  $\omega = \{0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4, \pi\}$ , ja hahmottele kuvaaja kompleksitasoon, kun  $\omega \in [0 \dots \pi]$ .

Voit katsoa halutessasi osoitinesityksestä: <http://www.jhu.edu/~signals/phasorlecture2/indexphasorlect2.htm>

**K3 7.2-11.2.2005: Järjestelmäominaisuudet, LTI-järjestelmät, deadline ke 16.2.2005**

G-salissa laskaritilaisuudessa demottavat tehtävät esimerkkitehtävämateriaalista: [T(10), 12-14, 19-20]. Portfolioon liittyvät pakolliset tehtävät 1-3. Lisäpistetehtävät 4-8, joista mahdollisuus yhteensä 6 lisäpisteeseen. **Pakolliset (P) ja lisäpistetehtävät:**

- P** [T12,13] Tulkitse kuva 1 differenssiyhtälöä käyttäen:  $y[n] = \dots$  Onko tämä diskreettiaikainen järjestelmä LTI?



Kuva 1: K3/1: Lohkokaavioesitys.

- P** [T12] Piirrä lohkoavio seuraaville LTI-järjestelmille:

- $y[n] = 0.25 \cdot (x[n] + x[n-1] - x[n-2] - x[n-3])$
- $y[n] = 0.5y[n-1] + 2y[n-2] + 0.1x[n]$

- P** [T19-20] Laske edellisen tehtävän järjestelmille impulssivaste  $h[n]$ .

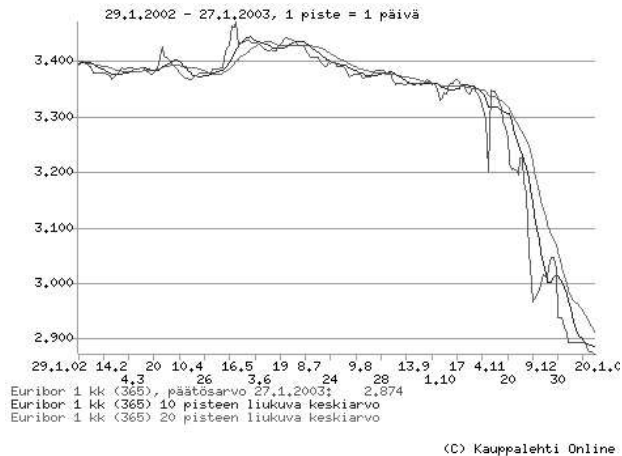
- (1p) Kuvassa 2 on yhden kuukauden euribor-koron kehitys yhden vuoden ajalta. (Lähde: [www.kauppalehti.fi](http://www.kauppalehti.fi))

- Millaisia muutoksia korossa on tapahtunut ajanjakson aikana?
- Jos päivittäinen koron päätösarvo on lukujono  $x[n]$ , niin mitä olisi 10 pisteen (päivän) liukuva keskiarvon (moving average, MA) lukujono  $y[n]$  kurssin input-output-esitystä käyttäen?  $y[n] = \dots$
- Alkuperäisessä kuvassa käyrät ovat eriväriset. Mikä käyrästä on alkuperäinen, mikä 10 pisteen ja mikä 20 pisteen keskiarvo? Perusteella.
- Miten ennustaisit koron käyttäytymistä kuvaajan perusteella (seuraava päivä, kuukauden, vuoden kuluttua)? Kuinka luotettava ennustus on tulevan ajan suhteen?

- (1p) Edelliseen tehtävään perustuen pohdi interpoloinnin ja ekstrapoloinnin mahdollisuuksia ja vaaroja. Kirjoita lyhyt essee, lisää havainnollisia esimerkkejä.

- (1p) [T9,10,12] Olkoon A viim. numero opiskelijanumerostasi. Laske taulukkoon diskreettiaikaisen järjestelmän  $y[n] = 2x[n] + \cos(0.5\pi n)x[n-1]$  ulostulot seuraaville syötteille.

- Syöte  $x_1[n] = \delta[n] - A\delta[n-1] + 2\delta[n-2]$ .
- Syöte  $x_2[n] = \{0, 0, 1, -A, 2\}$ , jossa alleviivattu numero esittää origon kohtaa.
- Viivästä a-kohdan ulostuloa vielä kahdella yksiköllä:  $x_1[n] \rightarrow y_1[n] \rightarrow y_1[n-2]$ . Poikkeako b-kohdan ulostulo a-kohdan viivästetystä ulostulosta? Miksi?
- Onko järjestelmä LTI vai ei?



Kuva 2: Tehtävä K3/4: Yhden kuukauden Euribor-korko 29.1.2002-27.1.2003 (Lähde: <http://www.kauppalehti.fi>)

7. (1-2p) [T10,11] Diskreetti-aikaisiin järjestelmiin liittyy erilaisia ominaisuuksia, joiden perustella niitä voidaan luokitella. Kirjassa (ja luentokalvoissa) on esitelty muutamia: lineaarisuus, aikainvarianttisuus (siirtoinvarianttisuus), kausaalisuus, stabiilisuus, muistittomuus, käännettävyys.

Tutki välivaiheiden kanssa, onko alla annettu järjestelmä

- a) lineaarinen
- b) aikainvariantti
- c) kausaalinen
- d) stabiili
- e) muistiton

Jos haluat 1 pisteen, valitse  $y[n] = 2x[n - 3] + x[n + 2]$ .

Jos 2 pistettä, valitse  $y[n] = 2nx[n - 3] + x[n + 2]$ .

8. (1p) [T13] Jatkoissa kurssilla käsitellään lähinnä lineaarisia ja aikainvariantteja (=siirtoinvariantteja) (LTI) diskreetti-aikaisia järjestelmiä.

Syöte  $x_1[n] = \delta[n + 1] - \delta[n]$  tuottaa eräässä LTI-järjestelmässä ulostulon  $y_1[n] = 2\delta[n] - \delta[n - 1] - \delta[n - 3]$ . Olkoon uusi syöte samaan järjestelmään  $x_2[n] = x_1[n] - \delta[n] + \delta[n - 1]$

- a) Mikä on ulostulo  $y_2[n]$ ? Vinkki: Koska LTI, voidaan käyttää superpositiota (lineaarikombinaatiota).
- b) Onko järjestelmä kausaalinen?
- c) Onko järjestelmä stabiili?

### K4 14.2.-18.2.2005: Konvoluutio, deadline ke 23.2.2005

G-salissa laskaritilaisuudessa demottavat tehtävät esimerkkitehtävämateriaalista: [T15,16a,17]. Portfolioon liittyvät pakolliset tehtävät 1-2. Lisäpistetehtävät 3-5, joista mahdollisuus yhteensä 5 lisäpisteeseen. **Pakolliset (P) ja lisäpistetehtävät:**

1. **P** [T15,16] Esitetään sekvenssin pituutta operaattorilla  $L\{\cdot\}$ .
  - a) Olkoon  $x[n] = \delta[n] + \delta[n - 1]$  ja  $h[n] = \delta[n] + \delta[n - 1]$ . Laske näiden konvoluutio ja totea, että sen pituus on 3 ( $3 = 2 + 2 - 1$ ).
  - b) Olkoon  $h[n] = (1/3)(\delta[n] + \delta[n - 1] + \delta[n - 2])$  ja  $L\{x[n]\} = 512$ . Mitä on  $L\{y[n]\}$ ?
  - c) Olkoon  $x[n] = \delta[n - 2004] + \delta[n - 2005]$  ja  $h[n] = \delta[n + 41] + \delta[n + 42]$ . Laske näiden konvoluutio.
2. **P** [T15,19,20] Eräällä signaalinkäsittelyn peruskurssilla oli käytössä keväällä 2003 piste-laskarit. Niissä pisteitä keränneiden opiskelijoiden määrä oli viikoittain:

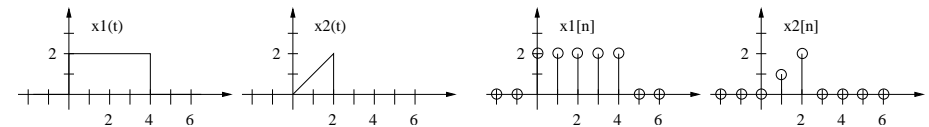
	Vko 1	Vko 2	Vko 3	Vko 4	Vko 5	Vko 6
Opiskelijoiden määrä viikoittain:	141	114	93	59	62	47

Konstruoi mahdollisimman yksinkertainen, kausaalinen LTI-järjestelmä, joka laskee laskareissa käyneiden lukumäärän viikoittaista muutosta. Kirjoita laskentaa kuvaava differenssiyhtälö. Piirrä järjestelmän lohkokaaevio. Mikä on järjestelmän impulssivaste? Mikä on järjestelmän ulostulo tehtävässä annetulla syötesekvenssillä  $\{141, 114, 93, 59, 62, 47\}$ ?

3. (2p) [T16] Selvitä, miten konvoluutio ratkaistaa graafisesti.

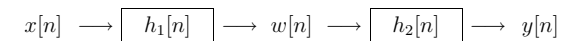
Konvoloi graafisesti signaalit  $x_1(t)$  ja  $x_2(t)$  keskenään (kaksi ensimmäistä kuvaajaa vasemmalla). Konvoloi graafisesti sekvenssit  $x_1[n]$  ja  $x_2[n]$  keskenään. Voit käydä myös:

<http://www.jhu.edu/~signals/convolve/index.html>, Java applet  
<http://www.jhu.edu/~signals/discreteconv2/index.html>, Java applet  
<http://www.csupomona.edu/~apfelzer/demos/convolution/calculation/10-graphconvol.html>, HTML



Kuva 3: K4/3: Konvoloitavat signaalit ja sekvenssit.

4. (2p) [T17] Tutkitaan LTI-järjestelmää, jossa syöte  $x[n]$  menee järjestelmään  $h_1[n]$ , jonka ulostulo on  $w[n]$ . Tämä taas menee järjestelmään  $h_2[n]$ , josta tulee vasteseqvenssi  $y[n]$ . Tämä kaskaadikytkentä voidaan esittää kaaviokuvana:



- a) Jos syöte on  $x[n] = \delta[n] + \delta[n - 1] - \delta[n - 2]$  ja  $h_1[n] = \delta[n] - \delta[n - 1]$ , niin mitä on  $w[n]$ ?
- b) Käyttäen kohdan (a) sekvenssiä  $w[n]$  saadaan vasteeksi  $y[n] = \{0, 1, 2, -2, -3, 2\}$ . Mikä on impulssivaste  $h_2[n]$ ?

c) Mikä on kaskaadijärjestelmän  $h_c[n] = h_1[n] * h_2[n]$  impulssivaste?

5. (1p) Laske konvoluutio sekvensseille  $x[n] = \delta[n-1] - \delta[n-2] + 3\delta[n-3]$  ja  $h[n] = -3\delta[n-1] + 2\delta[n-2] - 1\delta[n-5]$ . Laske tulo:  $(x - x^2 + 3x^3) \cdot (-3x + 2x^2 - x^5)$ . Vertaa tuloksia.

### K5 21.2.-25.2.2005: Tietokonelaskarit

Tämä kuuluu "Demoihin", kts K1. Aihe ja tehtävät selviävät kyseisellä viikolla. Lisäpisteitä saatavilla vähintään 4 pistettä.

### K6 28.2.-4.3.2005: Fourier-sarjat, deadline ke 9.3.2005

G-salissa laskaritilaisuudessa demottavat tehtävät esimerkkitehtävämateriaalista: [T22-23,(24),26-27]. Portfolioon liittyvät pakolliset tehtävät 1-3. Lisäpistetehtävät 4-8, joista mahdollisuus yhteensä 8 lisäpisteeseen. **Pakolliset (P) ja lisäpistetehtävät:**

1. **P** [T22,23] Olkoon Fourier-sarjan kertoimet  $a_{-2} = 3 - 3j$ ,  $a_{-1} = 0.5$ ,  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 0.5$  ja  $a_2 = 3 + 3j$ , sekä peruskulmataajuus  $\Omega_0 = 5\pi$  (huomaa siis, että  $a_i = a_{-i}^*$ , jossa \* on kompleksikonjugointi). Syntetisoi signaali  $x(t)$  ja esitä se kosinistaalinen (ja vakion) summana. Vinkit: suorakulmaisesta polaarikoordinaatistoon  $(3 + 3j) = \sqrt{18}e^{j\pi/4}$ ; Eulerin kaavasta:  $\cos(\theta) = 0.5(e^{j\theta} + e^{-j\theta})$ ; eksponenttifunktio  $e^{x+jy} = e^x \cdot e^{jy}$ .
2. **P** [T26,27] Jaksollisen diskreetti-aikaisen sekvenssin, jonka perusjakso on  $N_0 = 3$ , Fourier-kertoimet ovat reaaliset  $a_2 = 1$ ,  $a_{-273} = 0$  ja  $a_{2005} = 3$ . Onko lukusekvenssi reaalinen vai kompleksiarvoinen? Mitkä ovat sekvenssin lukuarvot?
3. **P** [T26,27] Mikä on lukujonon  $x[n] = \cos(2\pi(f/f_s)n)$  Fourier-sarjan kertoimet ja peruskulmataajuus  $\omega_0$ , kun taajuus  $f = 1000$  Hz ja näytteenottotaajuus  $f_s = 10000$  Hz.
4. (1p) [T22,23,40] Jaksollisen signaalin, jonka peruskulmataajuus on  $\Omega_0 = 2\pi f_0$ , osakomponentit ovat  $A_k \cos(k \cdot \Omega_0 t + \theta_k)$ . Vastaavan Fourier-kertoimen  $a_k$  itseisarvo on suoraan verrannollinen amplitudiin  $A_k$ .

Mikä on seuraavan jaksollisen (Fourier-sarja!) signaalin  $x(t)$  peruskulmataajuus  $\Omega_0$ ? Mikä on perusjakson pituus  $T_0$ ? Hahmottele (ei tarvitse laskea) signaalin spektri (verrannollinen Fourier-kertoimien itseisarvoihin).

$$x(t) = \cos(12000\pi t) + 10 \sin(20000\pi t) - 5 \cos(28000\pi t + \pi/6)$$

5. (1p) [T26,27] Laske Fourier-sarjan kertoimet jonolle  $x[n] = \cos(0.2\pi n + \pi/8)$ .
6. (2p) [T26,27] Diskreetti-aikainen sekvenssi  $x[n] = \{\dots, 2, -1, \underline{3}, 2, -1, 3, 2, -1, 3, \dots\}$  on jaksollinen (Fourier-sarja) perusjaksolla  $N_0 = 3$ . Laske Fourier-kertoimet  $a_k$  ja peruskulmataajuus  $\omega_0$  käsin ilman Matlabia tms.
7. (2p) Laske Fourier-sarjan kertoimet, kun jaksollinen signaali  $x(t)$  jaksolla  $T_0 = 3$  on

$$x(t) = \begin{cases} -t + 0.5, & -1.5 \leq t < 0 \\ t + 0.5, & 0 \leq t < 1.5 \end{cases}$$

8. (2p) Käy läpi omaa perusmatematiikan kurssin kirjaasi ja etsi käsiin Fourier-sarjat. Kirjoita, miten sarjat esitellään siellä ja millaisia esimerkkejä tarjotaan.

### Vierailijaluento ke 2.3.2005

Tämä kuuluu "Demoihin". Vierailijaluento on liittyä mahdollisesti lisäpistetehtäviä.

### K7 7.3.-11.3.2005: Tietokonelaskarit

Tämä kuuluu "Demoihin", kts K1. Aihe ja tehtävät selviävät kyseisellä viikolla. Lisäpisteitä saatavilla vähintään 4 pistettä.

**K8 14.3.-18.3.2005: Fourier-muunnos, deadline ke 23.3.2005**

G-salissa laskaritilaisuudessa demottavat tehtävät esimerkkitehtävämateriaalista: [T28-29,33-34,(41)]. Portfollioon liittyvät pakolliset tehtävät 1-2. Lisäpistetehtävät 3-6, joista mahdollisuus yhteensä 6 lisäpisteeseen. **Pakolliset (P) ja lisäpistetehtävät:**

- P** [T29] Etsi seuraaville signaaleille Fourier-muunnokset taulukkoa hyväksi käyttäen.
  - $x(t) = \delta(t)$
  - $x(t) = 2\delta(t - 1)$
  - $x(t) = \begin{cases} 2, & -2 < t < 0 \\ 0, & \text{muulloin} \end{cases}$
  - $x(t) = \sin(4\pi t)$
- P** [T34] Tunnetaan reaalin sekvenssi  $x[n]$  ja sen diskreettiaikainen Fourier-muunnos  $X(e^{j\omega})$ . Olkoon taaajuudella  $\omega_c = \pi/6$ :  $X(e^{j(\pi/6)}) = 2 + j$ . Päättele F-muunnoksen jaksoisuuden avulla:
  - $|X(e^{j\pi/6})|$
  - $|X(e^{-j\pi/6})|$
  - $\angle X(e^{j\pi/6})$
  - $\angle X(e^{-j\pi/6})$
- (1p) [T28] Laske Fourier-muunnoksen määritelmää  $X(j\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\Omega t} dt$  käyttäen, mikä on seuraavan suorakulmapulssin Fourier-muunnos:

$$x(t) = \begin{cases} 3, & |t| < 2 \\ 0, & |t| > 2 \end{cases}$$

- (1p) Tutki Fourier-kaavakokoelmaa, esim. sivut 71-74 jaetussa materiaalissa ("T-61.140 SKJ Esimerkkitehtäviä 2005").
  - Ilmaise  $2e^{-j3\pi/4}$  suorakulmaisessa koordinaatistossa.
  - Laske integraali  $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - \pi) \cos(t) dt$ .
  - Jos jaksollinen signaali  $x(t)$  on reaaliarvoinen, niin mitä ehtoja sen Fourier-sarjan kertoimet täyttävät?
  - Tarkoittaako sivulla 72 kohdassa Fourier-sarjan ominaisuuksia (kuten myös muunnoksissa sivuilla 73 ja 74)  $x(t)$  syötesignaalia ja  $y(t)$  vastesignaalia vai ovatko  $x(t)$  ja  $y(t)$  tässä vain kaksi mitä tahansa signaalia ( $x_1(t)$  ja  $x_2(t)$ )?
  - Jos jaksollisen sekvenssin  $x[n]$  jaksonpituus on  $N = 100$  ja sen tehollisten arvojen summa  $\sum |x[n]|^2$  on 2005, niin paljonko on Fourier-kertoimien itseisarvojen neliöiden summa  $\sum |a_k|^2$ ?
- (3p) [Oppenheim] Tunnetaan Fourier-muunnospari  $e^{-|t|} \leftrightarrow 2/(1 + \omega^2)$ .
  - Mikä on signaalin  $x(t) = t e^{-|t|}$  Fourier-muunnos?
  - Käyttämällä a-kohdan vastausta ja duaalisuusominaisuutta päättele signaalin  $x(t) = 4t/(1 + t^2)^2$  Fourier-muunnos.
- (1p) [T33] Muunna lukujono diskreettiaikaisella Fourier-muunnoksella (DTFT). Laske määritelmään (integraali) perustuen tai käyttäen taulukkoja.
  - $x_1[n] = \delta[n] + 2\delta[n - 1] - 3\delta[n - 2]$
  - $x_2[n] = \{4, 1, 0.25, 0.0625, \dots\}$

**K9 21.3.-8.4.2005: Tietokonelaskarit, deadline ke 13.4.2005**

Tämä kuuluu "Demoihin", kts K1. Aihe ja tehtävät selviävät kyseisellä viikolla. Lisäpisteitä saatavilla vähintään 4 pistettä.

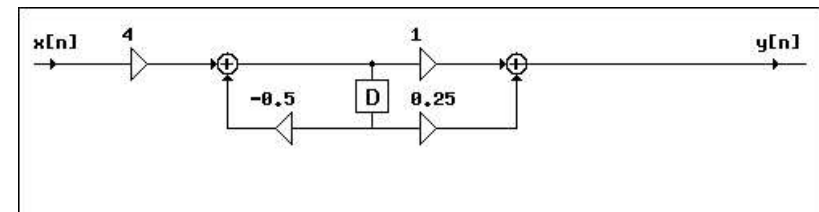
**Heureka näyttely ke 6.4.2005**

Tämä kuuluu "Demoihin". Excursion liittyy mahdollisesti lisäpistetehtäviä.

**K10 11.4.-15.4.2005: LTI-järjestelmät, deadline ke 20.4.2005**

G-salissa laskaritilaisuudessa demottavat tehtävät esimerkkitehtävämateriaalista: [T39,40,44,45]. Portfollioon liittyvät pakolliset tehtävät 1-2. Lisäpistetehtävät 3-7, joista mahdollisuus yhteensä 8 lisäpisteeseen. **Pakolliset (P) ja lisäpistetehtävät:**

- P** [T12,44] Muuta seuraavat differenssiyhtälöt tai impulssivasteet taaajuusvasteiksi  $H(e^{j\omega})$ . Mikä on suotimen asteluku? Onko suodin FIR vai IIR?
  - $y[n] = (1/3) \cdot (x[n] + x[n - 1] + x[n - 2])$
  - $h[n] = \delta[n] - \delta[n - 1]$
  - $y[n] = 0.5y[n - 1] + x[n] + 0.7x[n - 1]$
- P** [T44-46] Tutkitaan kuvan 4 LTI-suodinta.
  - Mikä on differenssiyhtälö?
  - Mikä on taaajuusvaste  $H(e^{j\omega})$ ?
  - Hahmottele amplitudivaste  $|H(e^{j\omega})|$  Minkä tyyppinen suodin on: ali / yli / kaistanpäästö / kaistanesto / allpass? (Huomaa, että takaisinkytketyn suotimen vaihevaste  $\angle H(e^{j\omega})$  ei ole lineaarinen.)
  - Laske impulssivasteen  $h[n]$  ensimmäisiä arvoja ja piirrä ne.
  - Hahmottele askelvaste  $s[n]$ .



Kuva 4: K10/2: Lohkokaavioesitys.

- (2p) [T30,41,44] Mikä on suotimen asteluku? Onko suodin FIR vai IIR? Käänteismuunna differenssiyhtälöksi ja impulssivasteeksi (b-kohta työläs, jos osamurtokehitelmä käsin).
  - $H(e^{j\omega}) = (e^{+2j\omega}) / (1 - 0.5e^{-j\omega}) = e^{+2j\omega} \cdot \left( (1) / (1 - 0.5e^{-j\omega}) \right)$
  - $H(e^{j\omega}) = (5 + 6e^{-j\omega} + 5e^{-2j\omega}) / (1 + 0.2e^{-j\omega} + 0.5e^{-2j\omega})$   
 $= 5 / (1 + 0.2e^{-j\omega} + 0.5e^{-2j\omega}) +$   
 $6e^{-j\omega} / (1 + 0.2e^{-j\omega} + 0.5e^{-2j\omega}) +$   
 $5e^{-2j\omega} / (1 + 0.2e^{-j\omega} + 0.5e^{-2j\omega})$

4. (2p) [T46] LTI-suotimen impulssivaste on  $h[n] = 0.5^{n-2}u[n-2]$ . Laske taajuusvaste  $H(e^{j\omega})$ , amplitudivaste  $|H(e^{j\omega})|$ , differenssiyhtälö ja piirrä lohkokaaavio.
5. (1p) [T44,45] Tutkitaan neljännen asteen FIR-tyyppistä LTI-suodinta  $H(e^{j\omega}) = 1 + e^{-j\omega} - e^{-3j\omega} - e^{-4j\omega}$ .

- a) Osoita, että vaiheaste  $\angle H(e^{j\omega})$  on lineaarinen. Mieti (tai lue), mitä tulisi impulssivasteelta vaatia, jotta vaiheaste yleisesti olisi lineaarinen?
- b) Laske ryhmäviive  $\tau(\omega) = -(d/d\omega)\angle H(e^{j\omega})$ . Miten eri taajuiset kosinikomponentit  $x_1[n] = \cos(\omega_1 n)$  ja  $x_2[n] = \cos(2\omega_1 n)$  käyttäytyvät suotimessa?
- c) Askelvaste on  $s[n] = \sum_{m=-\infty}^n h[n]$ . Mitä se on tässä tapauksessa?

6. (2p) [T44,45] Tutkitaan kausaalista LTI-järjestelmää, jonka impulssivaste on

$$h[n] = -0.008\delta[n] - 0.0464\delta[n-1] - 0.1426\delta[n-2] + 0.7917\delta[n-3] - 0.1426\delta[n-4] - 0.0464\delta[n-5] - 0.008\delta[n-6]$$

- a) Mikä on suotimen taajuusvaste  $H(e^{j\omega})$ ?
- b) Mikä on suotimen asteluku?
- c) Mikä on suotimen amplitudivaste  $|H(e^{j\omega})|$ ? Hahmottele se. Minkä tyyppinen suodin on? Vinkki: ota  $e^{-j3\omega}$  yhteiseksi tekijäksi, jolloin jäljellä olevat termit voidaan yhdistää kosineiksi.
- d) Mikä on suotimen vaiheaste  $\angle H(e^{j\omega})$ ? Onko vaihe lineaarinen?

7. (1p) [T48] Tutkitaan suodinta, jonka taajuusvaste on

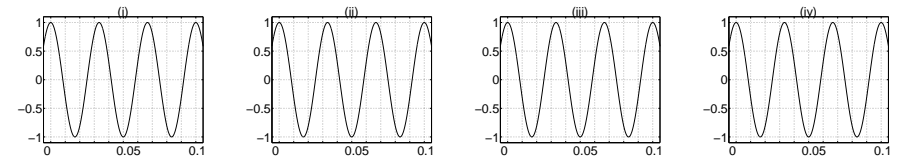
$$H(e^{j\omega}) = \frac{0.2 + e^{-j\omega}}{1 + 0.2e^{-j\omega}}$$

- a) Laske amplitudivaste! Näppärä tapa:  $|H(e^{j\omega})|^2 = H(e^{j\omega})H^*(e^{j\omega}) = H(e^{j\omega})H(e^{j(-\omega)})$ .
- b) Hahmottele amplitudivaste. Minkä tyyppinen suodin on kyseessä?

### K11 18.4.-23.4.2005: Näytteenotto, deadline ke 27.4.2005

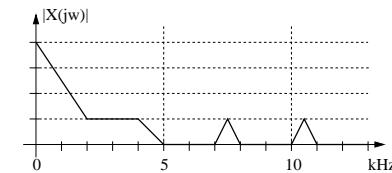
G-salissa laskaritilaisuudessa demottavat tehtävät esimerkkitehtävämateriaalista: [T50,53,54]. Portfolioon liittyvät pakolliset tehtävät 1-2. Lisäpistetehtävät 3-5, joista mahdollisuus yhteensä 5 lisäpisteeseen. **Pakolliset (P) ja lisäpistetehtävät:**

1. **P** [T50] Ota näytteitä kuvan 6 jatkuvasta signaalista  $x(t) = \cos(2\pi ft)$  näytejaksoväliä  $T_s$  tai näytteenottotaajuudella  $f_s: x[n] = x(nT_s) = x(n/f_s)$
- a) Arvioi signaalin taajuus.
- b) Olkoon näytteenottotaajuutena  $f_s$  (i) 100, (ii) 80, (iii) 60, (iv) 40 Hz. Mitkä ovat vastaavat näytejaksot  $T_s$ ? Ota näytteitä eli muodosta sekvenssi  $x[n]$ .
- c) Hahmottele hitain sinikäyrä, joka kuhunkin näytejonoon sopii.



Kuva 5: Tehtävä K11/1: (a) Signaali, (b) Spektri (Fourier-kertoimet)

2. **P** [T52,53] Tunnetaan reaaliarvoinen signaali  $x(t)$ , jonka spektri  $|X(j\Omega)|$  on kuvassa 6. Näytteistetään signaalia taajuudella  $f_s = 10000$  Hz. Piirrä sekvenssin  $x[n]$  spektri  $|X(e^{j\omega})|$ .



Kuva 6: K11/2: Signaalin spektri.

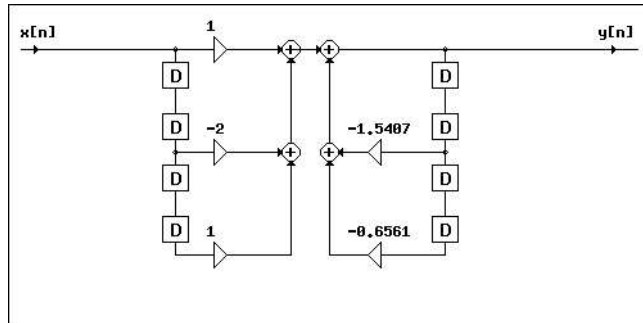
3. (1p) [T51,52] Signaalin näytteistäminen voidaan mallittaa aikatazon kertolaskulla  $x_p(t) = x(t) \cdot p(t)$ , jossa  $p(t)$  on impulssijuna näyteväliä  $T_s$ :  $p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s)$ . Jaksollisen impulssijunan Fourier-muunnos voidaan esittää muodossa  $P(j\Omega) = (2\pi/T_s) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - k\Omega_s)$ .
- Mikä on diskreettiaikaisen sekvenssin spektri  $X_p(j\Omega)$  mielivaltaiselle jatkuva-aikaiselle spektrille  $X(j\Omega)$ ?
4. (2p) [T54] Analogisissa signaalissa  $x(t)$  on kolme eri kosinia taajuuksilla  $f_1 = 500$  Hz,  $f_2 = 1500$  Hz ja  $f_3 = 2500$  Hz, niin missä piikit ovat digitaalisen signaalin  $x[n]$  spektrissä, kun näytteenottotaajuutena on 3000 Hz.
5. (2p) [T54] Jos ideaalisesti palautettu signaali on  $x_r(t) = 2 \cos(2\pi 500t) + \sin(2\pi 600t + \pi/6)$ , niin luettele kaikki mahdolliset alkuperäiset  $x(t)$ , jotka näytteistykseen jälkeen tuottavat  $x_r(t)$ :n. Näytteenottotaajuus  $A/20$  Hz, jossa  $A$  on opiskelijanumerosi.

**Kurssin kertaustehtäviä, deadline ke 27.4.2005**

Lisäpistetehtävät 1-14, joista mahdollisuus yhteensä 32 lisäpisteeseen.

1. (2p) Kirjoita lyhyt essee signaalin perusteista kattaen seuraavat kysymykset.
  - a) Hahmottele esimerkit jatkuva-aikaisesta signaalista  $x(t)$ , diskreettiaikaisesta sekvenssistä  $x[n]$  ja digitaalisignaalista  $x[n]$ .
  - b) Miten määritellään signaalin jaksollisuus?
  - c) Onko perinteisen viisarikellon liike jaksollista? Jos on, niin millä jaksonajalla?
2. (1p) Laske tai perustele pätevästi.
  - a) Diskreettiaikainen sekvenssi on määritelty  $y[n] = \sqrt{x[n] + x[n-2]}$ . Onko järjestelmä LTI?
  - b) LTI-järjestelmä on määritelty impulssivasteensa avulla  $h[n] = \left(\frac{-1}{4}\right)^{-n+1} u[n-1]$ . Onko järjestelmä stabiili? Onko järjestelmä kausaalinen?
  - c) Tunnetaan diskreettiaikainen sekvenssi  $x[n] = \cos\left(\frac{\pi}{12}n\right) + 2 \sin\left(\frac{\pi}{4}n + \frac{\pi}{2}\right)$ . Onko  $x[n]$  jaksollinen? Jos on, mikä on sen perusjakson pituus  $N_0$ ?
3. (1p) Piirrä lohkokaaavioesitykset seuraaville suotimille. Laske lisäksi ensimmäiset seitsemän impulssivasteen  $h[n]$  arvoa syöttämällä impulssi  $\delta[n]$  (ykkönen ajanhetkellä nolla):
  - a)  $y[n] = x[n] - 0.5x[n-2]$  (ei takaisinkytkentää)
  - b)  $y[n] = y[n-1] + y[n-2] + x[n-1]$  (takaisinkytkentää)
  - c)  $\begin{cases} w[n] = 0.5w[n-1] + x[n] \\ y[n] = w[n] + 0.2w[n-1] \end{cases}$  (apumuuttuja  $w[n]$  voidaan myös eliminoida)
4. (2p) Diskreettiaiheinen konvoluutio.
  - a) Mikä on sekvenssien  $x[n] = \{3, 2, 1\}$  ja  $y[n] = \{1, 2, 3\}$  konvoluutio?
  - b) Mikä on konvoluution tulkinta signaalien ja järjestelmien yhteydessä?
  - c) Jos konvoluutiosummassa vasteen pituus on 15 ja syötteenä on ollut 10 pitkä sekvenssi, niin miten pitkät ovat impulssivasteet?
  - d) Jos järjestelmät, joiden impulssivasteet ovat  $h_1[n] = \delta[n-1] + 2\delta[n-2]$  ja  $h_2[n] = \delta[n+1] - \delta[n]$  kytketään kaskaadiin, niin mikä on niiden muodostaman kytkennän impulssivaste  $h_c[n]$ ? Entä vastaavasti rinnankytkennässä  $h_p[n]$ ?
  - e) Mikä on polynomien  $(x^{-1} + 2x^{-2})$  ja  $(x-1)$  tulo?
5. (2p) Kirjoita lyhyesti seuraaviin aika-taajuustason kysymyksiin.
  - a) Miltä näyttää jaksollisen (i) siniaallon, (ii) suorakaidepulsin, (iii) kolmioaallon spektri?
  - b) Miten yksittäisen sinikomponentin amplitudi näkyy spektrissä?
  - c) Mitä tarkoitetaan konvoluutio-ominaisuudella?
  - d) Jos suodin on LTI, niin millaisia taajuusominaisuuksia sillä on?
6. (1p) Laske Fourier-sarjan kertoimet, kun  $x(t) = \sin(7\pi t) + \cos(7\pi t)$ .
7. (4p) Kirjoita Fourier-sarjoista ja -muunnoksista omin sanoin. Kirjoita myös kokemuksesi käytännön tilanteista Matlabin kanssa. Etsi yhteys Laplace-muunnokseen ja Z-muunnokseen.

8. (2p) Tarkkaillaan tilannetta, jossa lasketaan kahden vierekkäisen luvun erotusta.
  - a) Tämä voidaan esittää differenssiyhtälöllä  $y[n] = x[n] - x[n-1]$ . Mikä on impulssivaste  $h[n]$ ?
  - b) Mikä on suotimen taajuusvaste  $H(e^{j\omega})$ ?
  - c) Mikä on suotimen asteluku? (Siis polynomien asteluku!)
  - d) Mikä on suotimen amplitudivaste  $|H(e^{j\omega})|$ ? Hahmottele se. Minkä tyyppinen suodin on?
  - e) Mikä on suotimen vaihevaste  $\angle H(e^{j\omega})$ ? Onko vaihe lineaarinen?
9. (2p) Tutkitaan kausaalista LTI-järjestelmää, jonka impulssivaste on  $h[n] = -0.008\delta[n] - 0.0464\delta[n-1] - 0.1426\delta[n-2] + 0.7917\delta[n-3] - 0.1426\delta[n-4] - 0.0464\delta[n-5] - 0.008\delta[n-6]$ 
  - a) Mikä on suotimen taajuusvaste  $H(e^{j\omega})$ ?
  - b) Mikä on suotimen asteluku?
  - c) Mikä on suotimen amplitudivaste  $|H(e^{j\omega})|$ ? Hahmottele se. Minkä tyyppinen suodin on? Vinkki: ota  $e^{-j3\omega}$  yhteiseksi tekijäksi, jolloin jäljellä olevat termit voidaan yhdistää kosineiksi.
  - d) Mikä on suotimen vaihevaste  $\angle H(e^{j\omega})$ ? Onko vaihe lineaarinen?
10. (2p) LTI-suotimen impulssivaste on
 
$$h[n] = (0.8)^n u[n] + (-0.8)^{n-1} u[n-1]$$
  - a) Muodosta järjestelmän taajuusvaste  $H(e^{j\omega}) = Y(e^{j\omega})/X(e^{j\omega})$ .
  - b) Onko suodin FIR vai IIR? Onko suotimen laskenta rekursiivista vai ei? Mikä on suotimen asteluku?
  - c) Hae suotimen differenssiyhtälö ja piirrä suotimen lohkokaaavioesitys.
  - d) Hahmottele amplitudivaste  $|H(e^{j\omega})|$ . Onko suodin tyyppiä ali-, yli-, kaistanpäästö-, kaistanesto vai kaikki taajuudet sellaisenaan päästävät (all-pass)?
11. (3p) Tutki kuvan 7 lohkokaaavioesitystä.
  - a) Kirjoita suotimen differenssiyhtälö.
  - b) Määrä suotimen taajuusvaste  $H(e^{j\omega})$ .
  - c) Hahmottele amplitudivaste  $|H(e^{j\omega})|$ .
  - d) Laske suotimen impulssivaste  $h[n]$ .
12. (2p) Sinun pitäisi tuottaa aikaan neliöllinen lukujono  $\{0, 1, 4, 9, 16, 25, \dots\}$  kolmannen asteen rekursiivisella LTI-suotimella. Päätele tai laske alla olevan kuvan suotimen kertoimet oikein ja määrää viiverekkien alkuarvot. Vinkki: Mieti siis, miten lukujonon uusi alkio voidaan ilmoittaa edellisten avulla. Pidä syöte aina nollassa ( $x[n] \equiv 0$ , kaikilla  $n$ ).
13. (2p) Sama kuin edellisessä, mutta Fibonaccin jono  $\{0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \dots\}$ .
14. (6p) Kirjoita kurssin demojen ja luentojen perusteella ihmisäänestä signaalina. Kerro aikataason ja taajuustason sekä aika/taajuustason (spektrogrammi) ominaisuuksista ja työkaluista. Liitä mukaan kuvallisia esimerkkejä. Lisälähdemateriaali suotavaa.



Kuva 7: Lisäpistetehtävät/11: Suotimen lohkoavioesitys.

## Portfolion kokoaminen, viimeistely, tarkistus, deadline pe 29.4.2005

Portfoliossa osoitat omaa oppimistasi kevään 2005 aikana. Portfoliosuoritus on valinnainen tapa suorittaa kurssi, muut ovat välikokeet tai tentti.

Portfolion materiaali suositellaan koottavaksi oikeaan kansioon tai muovitaskuun, jossa A4-kokoiset paperit saadaan järjestykseen.

Portfolion tarkastaminen järjestetään huhtikuun lopussa tarkemmin ilmoitettavalla tavalla.

**ÄLÄ JÄTÄ KURSSIA KESKEN** vain siitä syystä, että itse kasaaminen on vaivalloista, myöhästyy päivän tai kaksi, tai joku yksittäinen luento tai harjoitustehtävä puuttuu. **Yritämme olla joustavia siinä määrin kuin voimme.** Toisaalta haluamme, että suoritukset olisivat kasassa ennen vappua, jolloin vapun voi käyttää vaikkapa lukemalla muihin kevään tentteihin.

Portfoliossa tulee olla mukana:

- kansilehti, jossa kerrotaan yhteystiedot, sivun 1 taulukon eri osasten määrät ja oma arvosanaehdotus, keväällä kurssin käytetty tuntimäärä, sekä vähän tilaa arvioijalle (pohja www-sivulla)
- lyhyt vapaamuotoinen esittely kansion sisällöstä sisältäen mahdollisesti tarkemman ajankäytön (pohja www-sivulla).
- **hyvässä portfolioissa**, toisin sanoen arvosanat 4-5, tulee olla lyhyt arviointi kurssin järjestelyistä ja varsinkin portfolioyön kehitysideoista
- **hyvässä portfolioissa**, toisin sanoen arvosanat 4-5, tulee olla noin sivun mittainen tiivistelmä, mitä kevään kurssista on oppinut
- arvosanaa vastaava määrä tarkistettuja<sup>2</sup> luentopäiväkirjoja
- pakolliset (P) tarkastetut laskaritehtävät
- arvosanaa vastaava määrä tarkastettuja lisäpistetehtäviä
- mahdollinen (arvosanat 3-5) terminologiauettelo (pohja www-sivulla)
- muuta itsetehtyä aineistoa
- halutessasi mitä tahansa muuta aiheeseen liittyvää

Välttävä portfolio tarkoittaa, että halutut asiat on kerätty yhteen. Hyvä portfolio tarkoittaa, että lisänä on kattava sivun arvio keväästä. Huoneessa C310 on nähtävillä fyysinen kappale portfolioa. Ei tarvitse tehdä mallin mukaisesti, jos tekee vielä paremman ja omanlaisensa.

Luultavasti huhtikuun viimeisen viikon aikana laskaritilaisuuksissa voi tarkistuttaa oman portfolionsa, jos osasuoritukset ovat valmiit. Viimeiset palautettavat laskarit voi tarkistuttaa tuolloin samalla.

Kurssin suorittamiseen kuuluu myös T-osaston www-pohjaisen kurssipalautteen antaminen. Siitä tarkemmat ohjeet huhtikuussa.

<sup>2</sup>tarkastus = käynyt assarin/luennoitsijalla, ja pisteet näkyvät newsseissä/www:ssä