Tik-61.140 Signaalinkäsittelyjärjestelmät

Tentti, ti 11.5.1999 12-15 BC – UPDATED 12.5.1999!

1. Välikoe : Tehtävät 1, 2, 3 ja 4

2. Välikoe : Tehtävät 5, 6, 7 ja 8

Tentti : Tehtävät 1, 4, 6, 7 ja 8

Ohjelmoitavien laskinten muistin on tyhjennettävä. Ei omia kaavakokoelmia. Välikoetta ei voi uusia.

1. On annettu diskreettiaikaiset systeemit

$$\begin{aligned} y_1[n] &= nx[n] \\ y_2[n] &= x[n-2] - 2x[n+2] \\ y_3[n] &= x[n] + 1. \end{aligned}$$

   missä $y_i[n]$ on kunkin systeemin vaste syötteellä $x[n]$. Määritä lyhyesti perustellen kullekin systeemille onko se

   i) Invertoituva

   ii) Stabiili

   iii) Lineaarinen

   iv) Aikainvariantti

2. Tarkastellaan differenssiyhtälönä annettua suodinta $y[n] = x[n] + 2x[n-1] + 3x[n-2]$

   a) Piirrä yhtälöä vastaava lohkokaavio

   b) Hahmottele impulssivaste $h[n]$

   c) Hahmottele $y[n]$, kun $x[n] = \delta[n+1] + \delta[n] - \delta[n-1]$

   d) Onko suodin kausaalinen?

3. Mitkä seuraavista signaaleista ovat jaksollisia (kyllä tai ei)? Perustele! Mitkä ovat jaksollisten signaalien perusjaksot?

   a) $x_1(t) = 3cos(3t + \pi)$

   b) $x_2[n] = sin(\frac{31}{4}n)$

   c) $x_3[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \{\delta[n-4k] - \delta[n-1-2k]\}$

4. Kuvankäsittelyssä voidaan kohinaa poistaa yksinkertaisella suotimella/maskilla, jossa uudeksi kuvapisteen arvoksi tulee keskiarvo samalla rivillä vasemmalla puolella, nykyisen ja oikealla puolella olevan kuvapisteen arvosta. Kuva on W pikseliä leveä ja H pikseliä korkea. Kuva on talletettu kokonaisuudessaan muistiin ja suodatettu kuva talletetaan eri paikkaan. Esitä suotimen differenssiyhtälö, kun $x[n]$ on alkuperäinen ja $y[n]$ keskiarvoistettu kuva. Kuvan reunoista ei tarvitse välittää.

   Tee suotimesta kausaalinen versio, joka voisi toimia reaaliajassa, toisin sanoen massamuisteja koko kuvan tallettamiseen ei tarvittaisi. Piirrä sen lohkokaavio. Mikä ero on kyseisillä suotimilla keskiarvoistetuissa kuvissa?

5. Ovatko seuraavat väittämät oikein tai väärin? ($x_i(t) \longleftrightarrow X_i(j\omega) = \int x_i(t)e^{-j\omega t}dt$, ω_0 on perustaajuus)

   a) Jatkuvan signaalin Fourier-muunnos on jaksollinen jaksolla 2π

   b) Parillisen Fourier-muunnoksen $X_1(j\omega)$ konvoluutio parillisen Fourier-muunnoksen $X_2(j\omega)$ kanssa on aina parillinen

   c) Reaalisen diskreetin signaalin Fourier-muunnos on aina reaalinen

   d) $cos(2\omega_0 t)$ Fourier-kertoimet ovat $a_{-1} = 1/2$, $a_1 = 1/2$ ja $a_k = 0$ muilla k:n arvoilla

   e) Signaalin $x_3(t - t_0)$ Fourier-muunnos on $X_3(j(\omega - \omega_0))$, missä $\omega_0 t_0 = 2\pi$.

   f) sinc-muotoisen ($sinc\theta = \frac{1}{\theta} sin\theta$) jatkuvan signaalin Fourier-muunnos on taajuustasossa neliöaalto

6. Tarkastellaan diskreettiaikaista systeemiä

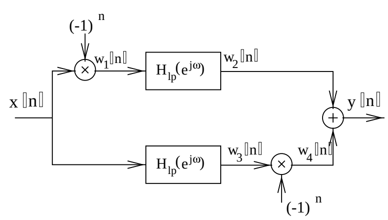
$$y[n] - \frac{5}{4}y[n-1] + \frac{3}{8}y[n-2] = 2x[n].$$

   a) Muodosta systeemin taajuusvaste $H(e^{j\omega})$

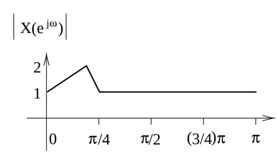
   b) Laske magnitudi $|H(e^{j\omega})|$

   c) Mikä on systeemin impulssivaste $h[n]$?

7. Tarkastellaan alla olevan kuvan mukaista diskreettiaikaista järjestelmää syötteellä $x[n]$ ja vasteella $y[n]$. LTI-järjestelmät $H_{lp}(e^{j\omega})$ ovat ideaalisia alipäästösuotimia rajataajuudella $\pi/4$ ja päästökaistan vahvistuksella 1. Hae koko järjestelmän taajuusvaste käyttämällä apuna w signaaleja ja diskreetin Fourier-muunnoksen ominaisuuksia. Vihje: $(-1)^n = e^{j\pi n}$.



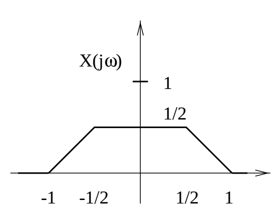
Piirrä koko järjestelmän ulostulon spektri $|Y(e^{j\omega})|$ välillä $(0, \pi)$, kun sisääntulona on kuvan mukainen $|X(e^{j\omega})|$ (kuvassa näkyy vain alue $(0, \pi)$).



8. Tarkastellaan näytteenottoa jatkuva-aikaisesta signaalista $x(t)$. Tämä tapahtuu niin, että signaali kerrotaan näytteenottofunktiolla, jonka periodi on T, ja jonka Fourier-sarjaesitys on

$$p(t) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{2\pi ntj/T},$$

eli $x_p(t) = x(t)p(t)$. Muodosta funktion $x_p(t)$ Fourier-muunnos $X_p(j\omega)$, kun oletetaan $X(j\omega)$ tunnetuksi. Tutkitaan tilannetta, jossa $X(j\omega)$ on kuvassa esitetyn kaltainen



Piirrä Fourier-muunnoksen $X_p(j\omega)$ magnitudin kuvaaja kun näytteenottotaajuus $\omega_s = 2\pi/T$ on

   a) $\omega_s = 2$

   b) $\omega_s = 3$.